

数学的帰納法における 伝導性の生起に関する一考察

— 教材開発と授業実践を通して —

愛知教育大学附属高等学校 五味 雅貴



国立大学法人
愛知教育大学附属高等学校

1. 背景と目的

2. 先行実践

- ① L 字タイルの敷き詰め実践（2023年度）
- ② 挙手活動（2024年度）
- ③ ウェーブ実践（2025年度） × 2

3. 伝導性の生起に関する仮説

- ① 先行実践の反省的整理
- ② 伝導性の生起に関する教材構成原理（仮説）

4. ウェーブ実践のリデザイン

5. 実践報告 （4つのstep）

6. 簡易的な分析/考察 と 今後の展望

数学的帰納法の一般的な記述

一般に、自然数 n を含む条件 (A) があるとき、
「すべての自然数 n について (A) が成り立つ」
を証明するには、次の (I), (II) を示せばよい。

(I) $n=1$ のとき (A) が成り立つ。初期成立性

(II) $n=k$ のとき (A) が成り立つと仮定すると、
 $n=k+1$ のときも (A) が成り立つ。伝導性

意味理解の困難性

国内外の研究で検討されてきた。

例えば . . .

- Ernest, P. (1984)
- 村上(1990)
- Stylianides *et al.*(2007)

克服を目指すものの、科学的な知見は乏しい

【教科書・従来の指導の流れ】

(I) 初期成立性 $n = 1$



(II) 伝導性 $k \rightarrow k + 1$



対応

していない

困難性の
原因？

【論理構造・推論の流れ】

(II) 伝導性 $k \rightarrow k + 1$



(I) 初期成立性 $n = 1$

➡ 「伝導性先行指導方略」を提案し、効果を検証してきた。

一連研究全体の大目的：

「伝導性先行指導方略」が意味理解に及ぼす効果の検証

本研究の目的：

生徒の思考に「伝導性」が生起されるプロセスの解明

リサーチクエスション（RQ）

- ① 伝導性先行指導方略を実現するための「教材構成原理」は何か？
- ② 仮説に基づいてデザインされた実践において、伝導性はどのように表出するのか？

五味雅貴(2024).「数学的帰納法の意味理解を促す指導に関する実証的研究：生徒の思考プロセスに着目した指導方略の提案」.『愛知教育大学附属高等学校研究紀要』, 第51号, 47-56.

五味雅貴(2025a).「数学的帰納法の意味理解を促す指導に関する実証的研究（Ⅱ）：学習指導案の具体化と授業実践の報告」.『愛知教育大学附属高等学校研究紀要』, 第52号, 82-91.

五味雅貴(2025b).「数学的帰納法の意味理解を促す指導に関する再現研究」.第107回全国算数・数学教育研究大会石川大会発表資料.

1

2

先行実践

3

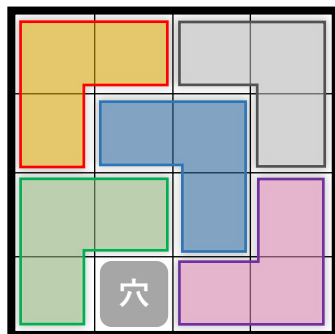
4

5

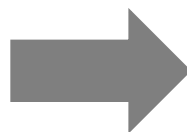
6

① L字タイルの敷き詰め実践（2023年度）

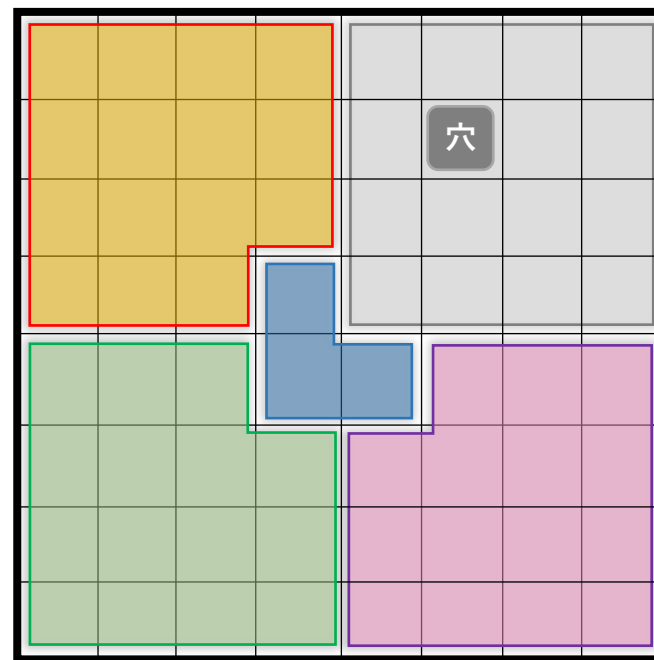
初期成立性
 4×4 の
敷き詰め



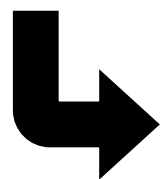
伝導性



8×8 の
敷き詰め



4×4 で成り立つかを確かめ、その結果をもとに 8×8 を考えた。つまり思考は、具体例スタート。



初期成立性から考えることに方向づけられる？

1

2

先行実践

3

4

5

6

② 挙手活動（2024年度）

クラス全員が挙手するルールを作成する活動



ある人が手を挙げたとき、次の出席番号の人は必ず手を挙げるとします。もう一個何かルールを付け足して、このクラス全員が手を挙げるようにするためには、どういうルールを付け足せばよいですか？



伝導性は既知 ⇒ 初期成立性を見出す課題

1

2

先行実践

3

4

5

6

③-1 ウェーブ実践 (2025年度) 1回目

課題 :

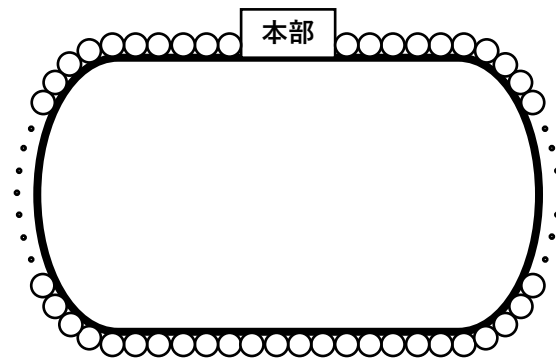
附属高校の体育祭名物となるようなオリジナルウェーブをデザインし、みんなにやってもらうために指示書を作ろう。

解答例 :

- ・ 2つ左隣の人が手を挙げたら、次に自分が手を挙げる。 (伝導性)

↓ 実演を経て...

- ・ 2つ左隣の人が手を挙げたら、次に自分が手を挙げる。 (伝導性)
- ・ 左に本部がある人が先頭で、最初に手を挙げる。 (初期成立性)



③-2 ウェーブ実践 (2025年度) 2回目

発問

: 附高名物となるウェーブをデザインして、生徒たちにやってもらうために、次の指示文を完成させよう！

ある人が手を挙げたら、 () の人が手を挙げる。

1

2

3

伝導性の生起に 関する仮説

4

5

6

① 先行実践の反省的整理 — L字タイルの敷き詰め実践 —

授業は ...

2×2 や 4×4 の場合は？と**具体例から出発し**、一般化することに成功



反省的に捉えると...

操作的活動ゆえ、思考対象が**視覚可能な簡単な場合**になっていた。「**ある場合→次の場合**」という一般構造そのものが思考の対象にはならなかった。

示唆①

操作的活動は伝導性の生起を阻害するかもしれない。

1

2

3

伝導性の生起に 関する仮説

4

5

6

① 先行実践の反省的整理 — 挙手実践 —

授業は ...

伝導性を教師が提示し、生徒が初期成立性が必要であることに気づいた



反省的に捉えると...

伝導性が理解できていれば、初期成立性の必要性には容易に気づくことができる！しかし、伝導性は教師が提示...

示唆②

教師主導ではなく、いかに伝導性を生起させるかが課題だろう。

1

2

3

伝導性の生起に 関する仮説

4

5

6

① 先行実践の反省的整理 —ウェーブ実践（1回目）—

授業は ...

伝導性を生徒自身が考える課題を設定したが、「きれいな手の挙げ方」「タイミング」「速さ」等に流れてしまい**失敗**。



反省的に捉えると...

問いがオープンすぎるがあまり、順番の規則（伝導性）を考える必然性が弱かった。

示唆③

伝導性を構成する必要性が生じるような問題設計が必要だろう。

1

2

3

伝導性の生起に関する仮説

4

5

6

① 先行実践の反省的整理 — ウェーブ実践（2回目） —

授業は ...

伝導性に焦点化する**発問や足場架けを意図的に追加**した結果、「**伝導性 → 初期成立性**」の順に生徒の思考が展開した。



反省的に捉えると...

ウェーブ教材では、**伝導性先行の思考展開が成立すること**は確認できた。しかし、教師による**強く丁寧な誘導ありき**。

示唆④

伝導性への焦点化を，教材そのものの構造によって生じさせる必要がありそう。

1

2

3

伝導性の生起に 関する仮説

4

5

6

② 伝導性の生起に関する教材構成原理（仮説）

I 一般構造の対象化

具体的事例ではなく，「ある場合」を思考対象に

II 伝導性構成の必然化

伝導性に相当する規則の構成が必要となる課題を設定

III 焦点化の内在化

伝導性への焦点化を課題の条件・制約に組み込む

1

2

3

4

ウェブ教材の リデザイン

5

6

教材構成原理

I. 一般構造の対象化

II. 伝導性構成の必然化

III. 焦点化の内在化

リデザインの内容

“本部”を置かず，図を提示せず，「ある場合→次の場合」の一般構造を考えさせる。

「誰にでも実施できる指示書」の作成を通して，順番の規則を構成する必要性を生む。

生徒の生成物を共有・価値付けすることで，伝導性へ焦点化する。

過去：

1回目→オープンすぎる課題→失敗

2回目→教師主導→成功（！？）

★ ウェブ教材という課題自体は
悪くないから...



今回：

- オープンな課題は維持
- 生徒の考えを共有/価値付け
- 順番に関する議論へ焦点化

①概要

日 時 : 令和 8 年 7 月上旬 (50分授業)

学 級 : 国立大学附属高校 2 年文系 2 5 名

準 備 物 : ワークシート・ipad

授 業 者 : T1 本研究者 / T2 大学院生 (非常勤講師)

単元計画 : 数学的帰納法 第 1 時限

②実際

Step 1. 導入と活動の動機付け（5分）



学校を盛り上げる取組として提案



附高でもやってみよう！

本時の課題：

附高名物！
オリジナルウェーブを
デザインしよう！

- ・ 全校生徒が実施
- ・ 誰でもできる指示書を作成
- ・ 学校公式SNSで紹介

★ 学校生活と結び付けた
文脈で課題を設定

②実際

Step 2. ウェーブのデザイン（25分）

3～4人組のグループでオリジナルウェーブを検討



全校生徒が実施できるような指示書を作成しよう！

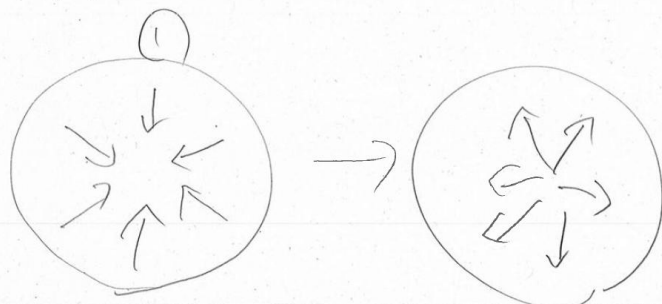
ウェーブ名： BIG BAANG WAVE

指示文：

（全校生徒が見ても実施できる説明文を作成しよう。AIの活用は自由ですが、デザインや見せ方は自分たちで考えましょう。）

① 最後列の人から最前列に向けて1列ずつ立ち上がり手を挙げる
→すぐに下がる（バームクーヘンみたい！）

② 最前列まで行ったら最後列に向けて1列ずつ立ち上がり手を挙げる
→すぐに下がる



● グループ活動の途中で...

T：そもそも、ウェーブってさ、さっきのスタジアムみたいにガーッと一周するけどさ、あれでいいですか。あんな単調な動きだけですか。

T：そこ考える班があっても面白いかもしれないね。なんか動き、次の人は誰で・・・、順番とか。

★ 順番に着目するグループが現れ始める。

1

2

3

4

5

実践報告

6

②実際

Step 3. 発表・実演（15分）

各グループで作成したウェーブを発表！

シンプルじゃないと難しいでしょ！
これをやろう！



ウェーブ名： 鳴門大潮

指示文： たまたま倒れるウェーブ。2つのウェーブが海月の形になる
(全校生徒が見ても実施できる説明文を作成しよう。AIの活用は自由ですが、デザインや見せ方は自分たちで考えましょう。)

・横たわったウェーブ
(はたつたのウェーブ)

・427-11-11-11-11-11
(427番上1111111111111111)

・2つのウェーブ
(モズてくる→2日)
(月曜スタート)

：始まらないウェーブ

：成功したウェーブ

強引にスタート！

T：これやってみよう。
S1：（小さい声で）誰が真ん中？
S2：（小さい声で）誰から？
T：では始めますよ。よーい、スタート。
T：なにになになになに？
S3：スタートがわかりません。
T：スタートがわからない？じゃあ、どうする？誰やります？

★ **順番の規則だけでは、ウェーブは発生しないことを理解。**

②実際

Step 4. 実演の振り返りと数学化（5分）



ウェーブやっていない人はいたか？

いない。



これどこまで続く？

一生、続く。



最初、なんで困った？

出発点がなかった。



数学的帰納法に関する重要な要素をインフォーマルに理解する

ある命題が、すべての自然数で成り立つことを示すには、以下の2つが示せばよい。

(i) $n = k$ のとき成立するならば、 $n = k + 1$ で成立

(ii) $n = 1$ で成立

数学的帰納法という
フォーマルな概念へ
接続して、授業を終えた。

1

2

3

4

5

6

簡易的な分析/考察 と今後の展望

①分析／考察

ワークシートにて．．．

 『なぜ数学的帰納法で自然数すべてについて成り立つといえるのか』を、自分の言葉で説明してください。

ウエーブの場合だと、波を作り始める 1人目 ($n=1$) がいない
と波が始まらないから $n=1$ が必要である、**初期成立性**
そして波を始めた人の次は誰が波を作るのかを 決めないと **伝導性**
波が続かないので 右の人、左の人と決める ($n=k+1$)
この2つの条件がそろったら波は始まってかつ、指示がなければ
無限に続く、自然数は無限に続くので成り立つと言える。
無限性

1

2

3

4

5

6

簡易的な分析/考察 と今後の展望

①分析／考察

ワークシートにて. . .

 『なぜ数学的帰納法で自然数すべてについて成り立つといえるのか』を、自分の言葉で説明してください。

[1] $n=k$ のとき (A) が成り立つと仮定する $n=k+1$ のときも (A) が成り立つ
伝導性

これは、例えば一歩を踏むとき、隣の人から行ったら、その次の人も行うということでもこのままだとスタートが無く始められないので、

[2] $n=1$ のとき (A) が成り立つ
初期成立性

これでスタート位置を決める。

スタート位置が決められれば $k+1$ で 全員必ず行うことになる。 **全称性**

自然数 n に対して (A) が成り立つ といえる。

①分析／考察

ウェーブ活動を通して獲得した3つの理解

初期成立性の
必要性の理解



「最初の出発点」
が必要である

無限性の理解



ウェーブは
どこまでも続く

全称性の理解



全員に規則が
当てはまる

②RQに対するアンサー

リサーチクエスチョン（RQ）

- ① 伝導性先行指導方略を実現するための「教材構成原理」は何か？
- ② 仮説に基づいてデザインされた実践において、伝導性はどのように表出するのか？



- ① 一般構造の対象化 / 伝導性構成の必然化 / 焦点化の内在化
- ② （教師による軽めの誘導はあったが、）
順番の規則として生徒の思考に表出した。

+ α :

伝導性を起点として、重要な3つの要素の理解に繋がった

1

2

3

4

5

6

分析・考察と 今後の展望

③今後の展望

- 発話記録を用いた思考プロセスの詳細な分析
- 教材構成原理のさらなる精緻化
- 「焦点化の内在化」の実現に向けた教材改善

付記

本研究は令和8年度科学研究費補助金(課題番号：26H00086)による研究の成果の一部である。

参考文献

- Ernest, P. (1984). Mathematical induction: a pedagogical discussion, *Educational Studies in Mathematics*, vol.15. 173-189.
- Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Philippou, G. N. (2007). Preservice teachers' knowledge of proof by mathematical induction, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 145-166.
- 五味雅貴(2024).「数学的帰納法の意味理解を促す指導に関する実証的研究：生徒の思考プロセスに着目した指導方略の提案」.『愛知教育大学附属高等学校研究紀要』, 第51号, 47-56.
- 五味雅貴(2025a).「数学的帰納法の意味理解を促す指導に関する実証的研（Ⅱ）：学習指導案の具体化と授業実践の報告」.『愛知教育大学附属高等学校研究紀要』, 第52号, 82-91.
- 五味雅貴(2025b).「数学的帰納法の意味理解を促す指導に関する再現研究」.第107回全国算数・数学教育研究大会石川大会発表資料.
- 村上一三 (1990).「数学的帰納法の理解の困難点について：証明の仕組みを視点として」.日本数学教育学会誌『数学教育』, 第72巻, 第11号, 38-46.