

統合的モデル化アプローチに基づく 統計的推論を促す授業実践

問題提起者：五味 雅貴

小林 大輔・滝川 彩季・西 師利・渡邊 裕介



「このくじ、当たりの確率は分からないんだけど、 “当たりやすさ”を推測してみよう。」



Step 1. データを集めて仮説を立てる。(EDA)

- ・生徒4人が10回引いて当たり回数を数える。
- ・Aさん5回、Bさん3回、Cさん2回、Dさん2回。
- ・生徒「結構当たる!」「え、うち全然当たらない!」「たまたま?」
- ・仮説を当てる。「**平均とると3回だから、30%なんじゃない?**」

Step 2. 確率で確かめてみる。(PA)

- ・先生「30%って本当かな?確かめてみよう!」
- ・当たり確率を30%に設定し、ソフトでシミュレーションする。
- ・「10回だとバラつくね」「20回にしたら安定する!」
- ・Aさんが気づく。「**5回ってのは、2%しか起きないレアケースじゃん!**」

Step 3. もう一度データを見直す。(再EDA)

- ・「50%当たること」が、ほとんど起こらない範囲にあるなら. . .
- 「**30%という仮説はおかしい!仮説を見直そう!**」

本研究は、この思考プロセスをどう授業化できるかを追究する。

1. はじめに

- ① 問題の所在
- ② 目的と方法

2. 統合的モデル化アプローチ

3. 先行実践のレビュー

- ① Brousseau et al.(2001) の「推測ゲーム」実践
- ② 細田.(2024) の「好きなスポーツ観戦」教材

4. 教材「当たり確率を探れ！」の開発

- ① 細田教材の批判的考察
- ② 本教材の概要
- ③ 授業展開

5. まとめにかえて (協議会で議論したいこと)

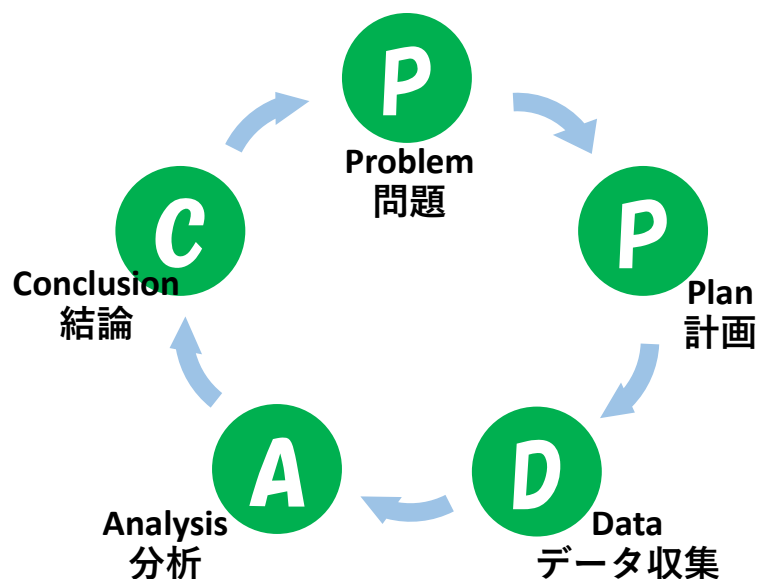
① 問題の所在

統計学習の重要性

現代社会においては、データに基づいて考え、判断し、意思決定する力が求められる。

PPDACサイクル

(Wild & Pfannkuch, 2019, p.4)



従来の統計教育の基本枠組みとしてのPPDACサイクル

Problem → Plan → Data → **Analysis** → Conclusions →

データを観察し仮説を立てる活動（EDA）がメイン！

But!

得られた結果の「偶然性」や「妥当性」を確率的に吟味する活動（PA）が少ない。

つまり!

EDAで止まり，PAまでやれていない！



はじめに

2

3

4

5

② 本研究の目的と方法

目的：

データ観察や仮説設定にとどまらず、仮説の妥当性を確率的に検証するような授業を構想・実践すること。

方法：

- ① EDAとPAを含むIMA理論を基本的枠組みとする。
- ② 先行実践から、教材開発に向けて具備すべき要件と課題を抽出する。
- ③ 授業実践を行い、協議会を経て、教材のブラッシュアップを図る。

1

2

統合的モデル化アプローチ (I M A)

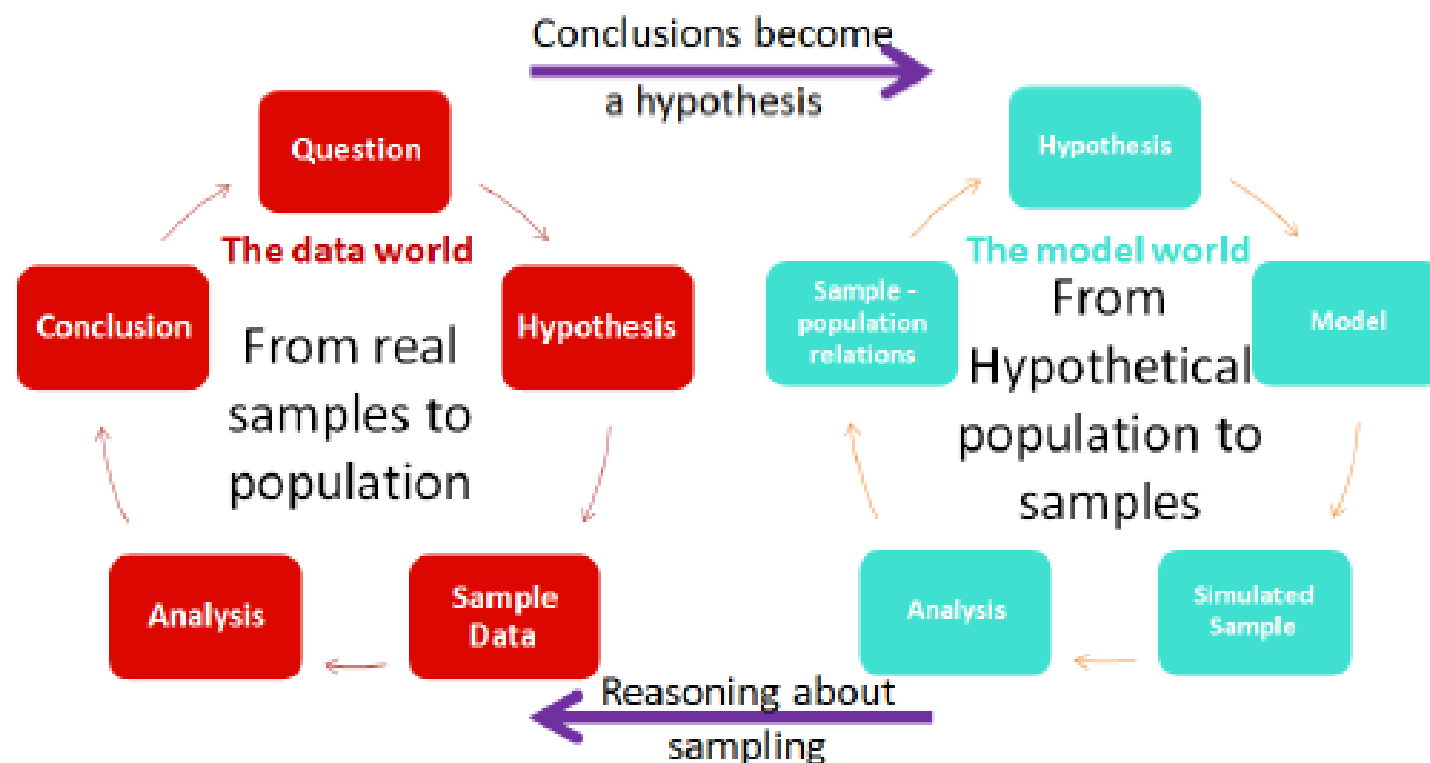
3

4

5

統合的モデル化アプローチ (I M A) (Manor & Ben-Zvi, 2017)

「データの世界」と「モデルの世界」の往還サイクルを重視する枠組み。



1

2

統合的モデル化アプローチ (I M A)

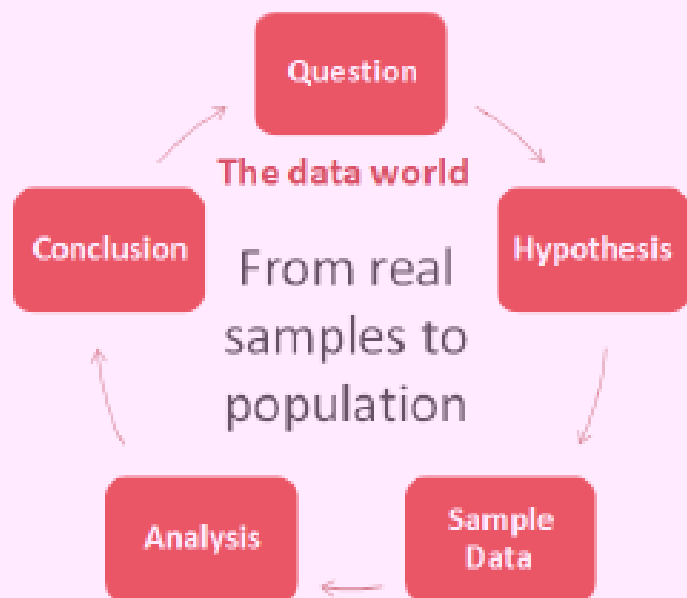
3

4

5

統合的モデル化アプローチ (I M A) (Manor & Ben-Zvi, 2017)

「データの世界」と「モデルの世界」の往還サイクルを重視する枠組み。



データの世界



(この世界で行われる活動は. . .)

EDA

(Exploratory Data Analysis : 探索的データ解析)

データの観察を通して、「どんな傾向がありそうか」という仮説を立てる活動

Example

くじを10回引いて、当たりが5、3、2、2回だったので、「平均3回だから30%だろう！」という仮説を立てる。

1

2

統合的モデル化アプローチ (I M A)

3

4

5

統合的モデル化アプローチ (I M A) (Manor & Ben-Zvi, 2017)

「データの世界」と「モデルの世界」の往還サイクルを重視する枠組み。

モデルの世界



(この世界で行われる活動は . . .)

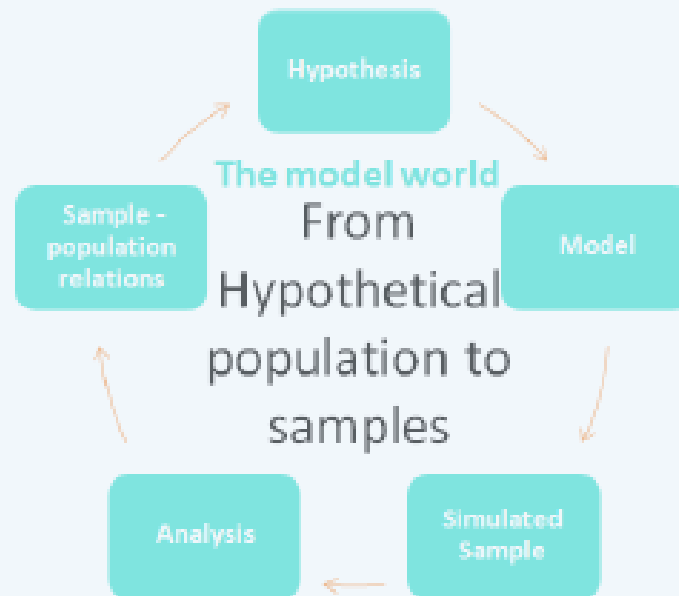
PA

(Probabilistic Approach : 確率的アプローチ)

EDAで立てた仮説をモデルを用いて確率的に検証する活動

Example

30%に設定してシミュレーションすると、5回当たるのは、2%しか起きないレアケースと分かった！



1

2

3

先行実践のレビュー

4

5

① Brousseau et al. (2001) の実践

✓ 研究の概要

目的 : 観察 → 仮説 → 検証の中で、子どもがどう考えるかを解明する。

成果 : 後のIMAの考え方にもつながる先駆的な事例となった。

✓ 実践の概要

対象 : フランスの小学4年生

教材 : 袋の中に入った**白と黒のチップの割合**を、シミュレーションを通して得られた**データから母集団を推測**する。

1

2

3

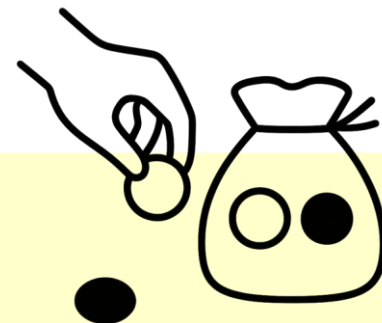
先行実践のレビュー

4

5

① Brousseau et al. (2001) の実践

✓ 実践の詳細



■ Step 0 教材設定

- ・ 黒と白のチップが入っている袋 A を用意。
- ・ 実際は A・B・C の3袋
- ・ それぞれ黒と白の割合が異なる。
- ・ 中身を知らない状態で、5回復元抽出を繰り返す。

1

2

3

先行実践のレビュー

4

5

① Brousseau et al. (2001) の実践

✓ 実践の詳細



■ Step 1 観察と仮説 (EDA)

- ・ A : 結果が揺れて**仮説が割れる** (黒多い? 白多い?)
B : 黒が明確に多い → 早期に確信
C : 白が明確に多い → 早期に確信
- ・ **袋A**だけが「仮説が定まらない**未知**の袋」として残る

1

2

3

先行実践のレビュー

4

5

① Brousseau et al. (2001) の実践

✓ 実践の詳細

■ Step 2 仮説の整理と対話



- ・「班によって仮説が違うね。どの仮説が正しそう？」
- ・子どもの中に “**確かめたい**” という欲求が生まれる。

1

2

3

先行実践のレビュー

4

5

① Brousseau et al. (2001) の実践

✓ 実践の詳細



■ Step 3 モデル化と実験 (P A)

- ・ 仮説をもとにモデル作成 (ボトルにチップ入れる)
- ・ モデルから同じように抽出 (シミュレーション)
- ・ 結果のグラフ化
- ・ 「このモデルは、黒ばかり出ておかしい！」
→ 仮説を確率的に吟味していく

1

2

3

先行実践のレビュー

4

5

① Brousseau et al. (2001) の実践



実践の詳細



■ Step 4 再考とまとめ（再EDA）

- ・ 「引く回数が少ないと、結果がバラバラだね」
「多く引いた方が本当の割合に近づいていってる」
→ 標本の大きさと安定性の関係に気づく。
- ・ 袋 B・C は確信済み
- ・ 袋Aで収束の概念に到達

1

2

3

先行実践のレビュー

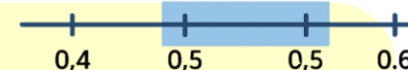
4

5

① Brousseau et al. (2001) の実践



実践の詳細



■ Step 5 インフォーマル信頼区間

- ・「だいたいこの範囲なら“3 : 2”といえるだろう」と判断範囲を話し合う。
- ・自分たちで決めた範囲をシミュレーションで確認。
- ・おおよその確信の幅を数値で表す(信頼区間の萌芽)

1

2

3

先行実践のレビュー

4

5

① Brousseau et al. (2001) の実践

✓ 2つの示唆

➡ 1. IMAの原型

- ・ EDA → PA → 再EDA と進行する授業になっていた。

➡ 2. 大谷(2019)の論考

- ・ EDA → PA への移行に関する 2つの条件を主張

条件1

競合する複数仮説が存在すること

条件2

仮説の妥当性を客観的に検証する方法を検討すること

1

2

3

先行実践のレビュー

4

5

② 細田(2024) の教材

✓ 研究の概要

目的 : IMA 理論に基づく教材を構想する。

成果 : 学習過程を 5 局面に分け, 生徒の思考と教師の支援を示した。

✓ 教材の概要

対象 : 中学校 3 年生 (単元後)

ツール : CODAP

課題 : 学年全体の傾向を推測するために必要な最小の標本の大きさとその理由を考えよう。

1

2

3

先行実践のレビュー

4

5

② 細田(2024) の教材



教材の詳細

■ 第1局面 仮説設定 (EDA導入)



- ・「サッカー観戦が好きな生徒はどのくらい？」
- ・「母比率20%」と仮説設定。
- ・クラス(40人)を標本とみなし、結果を予想。

1

2

3

先行実践のレビュー

4

5

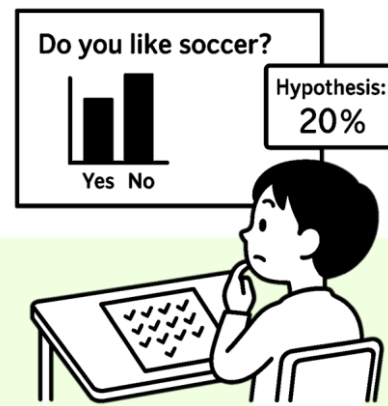
② 細田(2024) の教材



教材の詳細

■ 第2局面 収集と観察 (EDA)

- ・ 標本 (クラス) データを収集・整理・可視化。
- ・ クラスの結果、サッカー好きは15%
- ・ 仮説 (20%) との差やばらつきに着目
- ・ 「たまたまかもしれない」という不確実性の気づき



1

2

3

先行実践のレビュー

4

5

② 細田(2024) の教材

✓ 教材の詳細



■ 第3局面 標本サイズの検討 (PA導入)

- ・主発問「学年全体の傾向を推測するために必要な最小の標本の大きさとその理由を考えよう。」
- ・母比率20%として、CODAPでシミュレーション
- ・「標本の大きさ」と「結果のばらつき」を比較

1

2

3

先行実践のレビュー

4

5

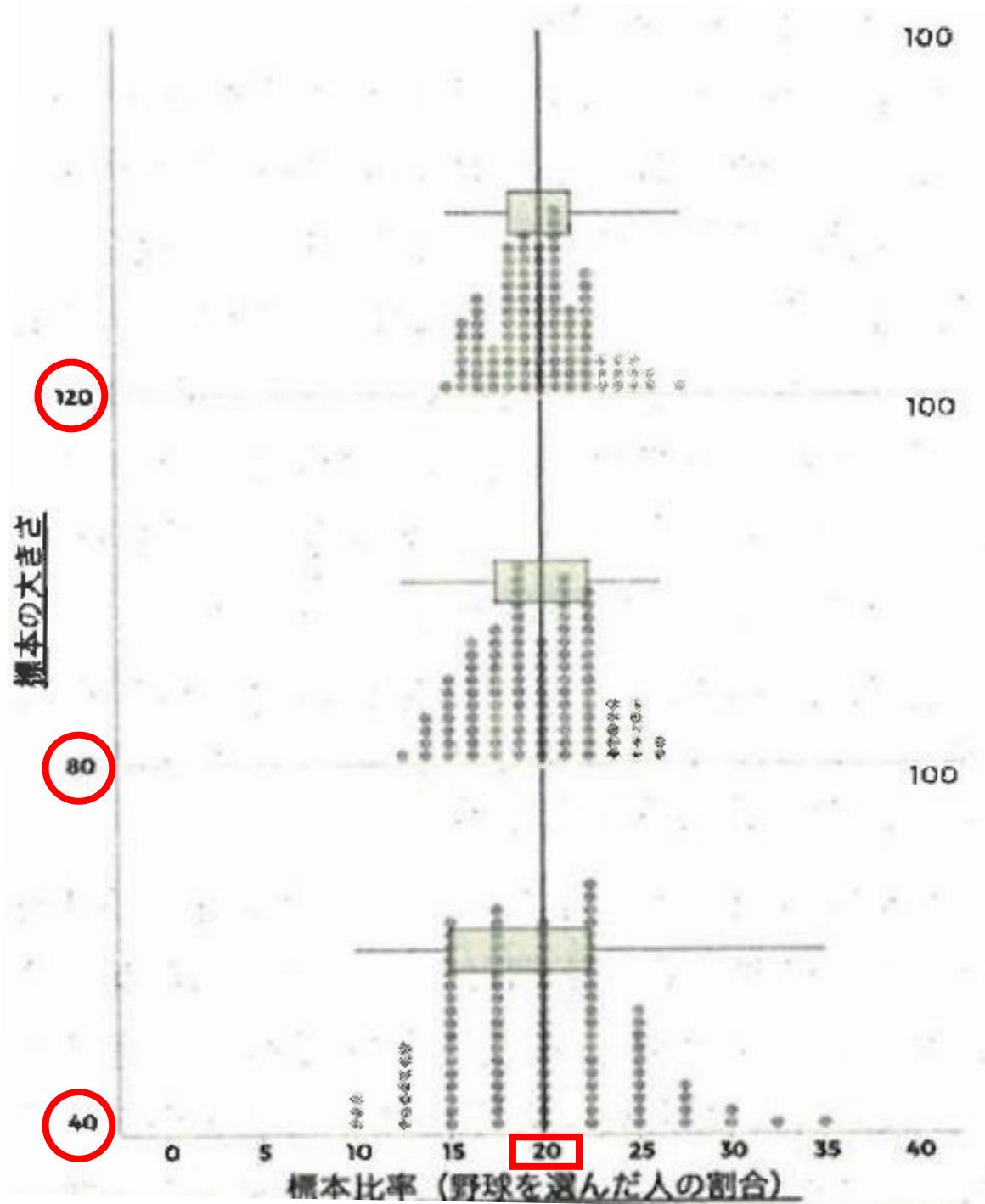
② 細田(2024) の教材

✓ 教材の詳細



■ 第4局面 分布の比較 (PA)

- ・ 標本の大きさ(40・80・120)で標本分布を比較
- ・ 標本の大きさが大きいほど安定
- ・ 区間や基準は生徒が設定
(15～25%に入る割合、○%以上入れば十分 等)
- ・ 「母比率付近に入る割合」を求め、信頼度を数値化



1

2

3

先行実践のレビュー

4

5

② 細田(2024) の教材

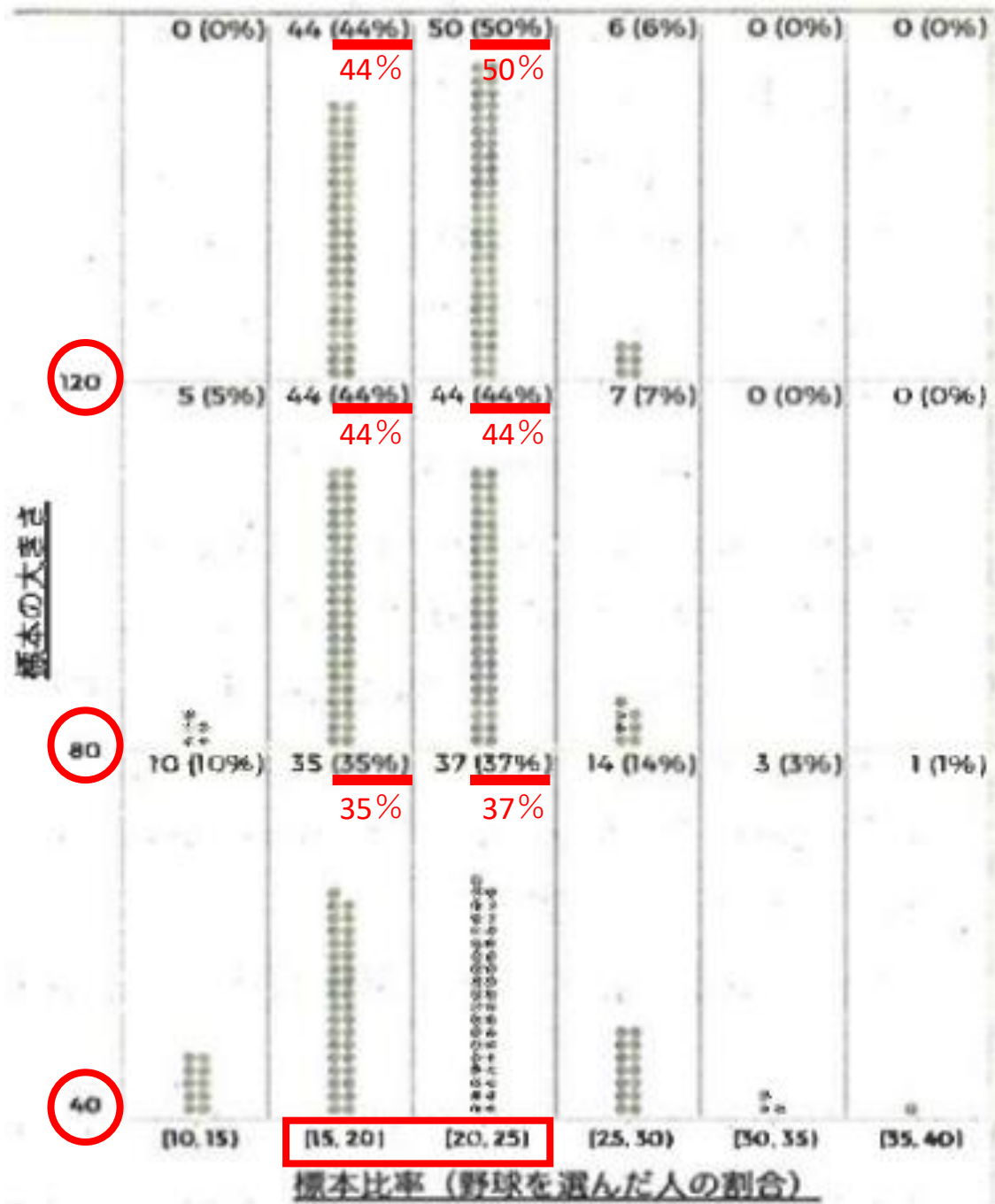


教材の詳細



■ 第5局面 判断とまとめ（再EDA）

- ・ 区間15～25%に入る相対度数
(40人72%, 80人88%, 120人94%)
- ・ 許容するノイズ割合を踏まえ、**必要最小120**と判断



1

2

3

先行実践のレビュー

4

5

教材開発をしていくにあたって. . .

本筋 : 細田(2024)の教材**But!**

理論的な価値は高いが、実際の授業として展開するには、議論すべき点や改善すべき点も見えてきた！

参考 : Brousseau(2001)実践

くじ引きの題材は、高校数学でも十分、主体的な学びを促せそう！

+

EDA→PAへの
移行のための2条件
(大谷, 2019)

大谷洋貴 (2019). 探索的データ解析アプローチから確率に基づくアプローチへの移行に関する一考察, 日本科学教育学会年会論文集, 43, 129-132.
細田幸希 (2024). 中学校数学科におけるインフォーマルな統計的推論を促進するための教材の開発: 統合的モデル化アプローチに焦点を当てて.
日本数学教育学会誌数学教育学論究, 122, 3-16.

Brousseau, G., Brousseau, N., Warfield, V (2001). An experiment on the teaching of statistics and probability. Journal of Mathematical Behavior, 20, 3, 363-411.

1

2

3

4

教材「当たり確率を探れ！」
の開発

5

① 細田教材の批判的考察

✓ 授業化を想定した際の3つの課題

課題1.

仮説を「母比率20%」とした設定根拠が不明瞭

課題2.

主発問が抽象的で生徒にとって難解

課題3.

標本の大きさの設定・変更の発想が天下りの

1

2

3

4

教材「当たり確率を探れ！」
の開発

5

② 本教材の概要

✓ 3つの課題に対する改善策

課題1. 仮説を「母比率20%」とした設定根拠が不明瞭



仮説設定は、標本データの観察からの**気づき**をもとに行う。

課題2. 主発問が抽象的で生徒にとって難解



具体的な問いに基づく、対話的な**進行**を意識する。

課題3. 標本の大きさの設定・変更の発想が天下りの



標本の大きさを変える発想は、**生徒**から出させる。

1

2

3

4

教材「当たり確率を探れ！」
の開発

5

③ 授業展開

本時の目標

1. 与えられた標本から仮説を設定すること。
2. 仮説のもとでシミュレーションを行い、妥当性を検証すること。
3. IMAの往還を通して、インフォーマルな統計的推論の流れをつかむこと。

1

2

3

4

教材「当たり確率を探れ！」
の開発

5

③ 授業展開

構成上の留意点

1. 標本データから母比率を仮説設定
2. シミュレーションで仮説の妥当性検証
3. 変化を可視化して把握
4. 「安定性を数値で説明するアイデア」の導出
5. 数式よりもインフォーマルな推論を重視
6. 標本データとの照合による仮説再考
7. IMAサイクルの意識化

【導入】 状況理解と仮説設定



1 か月後に甥っ子が遊びに来るんだけど、ゲーム内のくじをやらせてあげようと思っていてね。ハズレばかりだとかわいそうだから、当たりやすさを事前に確かめたいんだ。そこで、10日間、毎日5個ずつくじを引いてみることにしたら、次のような結果だったんだけど、当たり確率は何%かな？

平均を出すと、20%だよ！



一番多いのは40%と60%だけど、平均の20%の方がいいと思う！



じゃあ「当たり確率は20%だ」と断言していいかな？

【展開①】 仮説（20%）の検証の必要性に関する気づき



この20%って本当かな？たまたまこう
なっただけかもしれないよね。

もっと引く日数を増やしたら違うかも。



先生お金持っているんだから、30日分引
けるでしょ。



うーん。じゃあ30日分引いてみようか。

～ 5個×30日のシミュレーション ～

やっぱり20%くらいが多いけど、バラバ
ラだね。



【展開②】 精度向上の方法の考察



30日間やってもまだバラバラだね。どうすればもっと正確に確かめられるかな？

もっと1日で引く数を増やせばいい！



じゃあ、10個ずつ30日引いたらどうなるか見てみよう。

～ 10個 × 30日のシミュレーション ～

あ、グラフが”きゅっ”となってきた！ばらつきが少なく、真ん中に集まってる！



もっと引いてみようか。20個 × 30日，40個 × 30日もやってみよう。

～ 20個 × 30日のシミュレーション ～

～ 40個 × 30日のシミュレーション ～

【展開③】「” きゅっ” としている」の数学的な説明



「きゅっとしてる」「真ん中に集まっている」って、どういうことだろう？

安定しているってこと。



それは感覚的に「安定している」って言ってるだけでは？どれくらい集まっているかを数学的に説明できる？

真ん中あたりにある点（データ）が多い。



そうだね。じゃあ、20%付近のくじがどれくらい出ているかを見てみようか。



どこまでの結果を「信じられる」の？

30個中，27～28個くらい入っているところかな。



割合だと90%のデータが入るところ！



最初に先生が引いた10日間のデータ覚えてる？あの中に当たり確率が60%だった日があったけど，それって「当たり確率20%」という仮説のもとでは，どれくらい起こる事なのかな？

めったに起こらないと思います。20%という設定は少しおかしいかも。もっと当たり確率は高いかも！





じゃあ、当たり確率は何%だと思うの？

そんなに大きくずれているわけでもないから30%くらいじゃないかな？



じゃあその仮説で同じようにシミュレーションしてみようか。

～ 同様の手順で再シミュレーション ～

まとめ 【展開⑥】：学習の振り返り



今日の学びを整理してみよう。どんなことを学びましたか？

一度に引く回数を増やすほど安定した結果が得られることが分かった。



当たり確率付近にデータが集まっていることを、その範囲に含まれるデータの個数と割合で説明ができることがわかった。



まとめ 【展開⑦】：次時への接続



もっと正確に当たり確率を推測するために何をしたい？

今回の実験は「30日分」しかデータを取っていないけど、もっと長期間（50日，100日）のデータを取りたい。



そうすると安定するの？

データの数が増えるほど、平均がもっと安定すると思う！



なるほどね。他には？

90%くらいのデータが入っていれば信じるとしたけど、それでいいのかな？



1

2

3

4

5

まとめにかえて

研究は遂行中であるから...

協議会で議論したい**4つの論点**を示すことで、「本研究のまとめ」とする。

数学科が目指す協議会



教材の設計原理や構成そのものが議論される協議会

✓ よくある協議会

「子どもの反応」や「印象的な発言」の意見が中心で、よかった授業の共有に留まりがち。

✓ 目指す協議会

我々が最もこだわっているのは、教材設定の背景！「この教材で本当によかったのか？」という教材の是非について議論したい！

1

2

3

4

5

まとめにかえて

協議したい4つの論点

1. **問題設定**は、探究を促すものになっているか？

「探究してみたい」と思えるような問題設定になっていたか？ 作為的になっていなかったか？ もっと自然な文脈にするにはどうすれば良かったか。

2. **「対立構造」**は本当に必要か？

対立する仮説がなくても、仮説が「本当に正しいのか」を確かめる流れでも十分に成立するのでは？ 発達段階によるのか？ どこまで一般化できる？

3. **「標本数」**を変える展開も必要か？

標本の大きさのみを変化させる活動を設定したが、標本数も変化させる授業展開にすべきか？

4. サイクル**2周目以降**をどう**デザイン**するか？

標本数を増やすことを考えていく？ それとも、標本の大きさや区間をどれくらいにすれば安定していると言い切れるかを考えていく？

参考文献

- 大谷洋貴 (2019). 探索的データ解析アプローチから確率に基づくアプローチへの移行に関する一考察, 日本科学教育学会年会論文集, 43, 129-132.
- 細田幸希 (2024). 中学校数学科におけるインフォーマルな統計的推論を促進するための教材の開発：統合的モデル化アプローチに焦点を当てて. 日本数学教育学会誌数学教育学論究, 122, 3-16.
- Brousseau, G., Brousseau, N., Warfield, V (2001). An experiment on the teaching of statistics and probability. *Journal of Mathematical Behavior*, 20, 3, 363–411.
- Manor-Braham, Ben-Zvi (2017). Students' emergent articulations of statistical models and modeling in making informal statistical inferences. *Statistics Education Research Journal*, 16, 2, 116-143.
- Wild, Pfannkuch (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review*, 67, 3, 223-265.