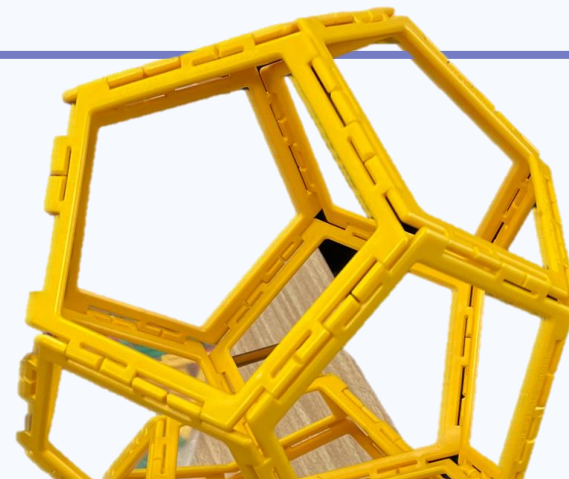




国立大学法人
愛知教育大学
AICHI UNIVERSITY OF EDUCATION

統計・データサイエンス力向上のための授業に係る優秀事例表彰
(公益財団法人統計情報研究開発センター) 2025年度受賞者記念講演

@横浜市立大学 金沢八景キャンパス カメラホール



統合的モデル化アプローチに基づく母比率の推定の授業実践 ～ 甥っ子の訪問に備えて当たりくじの比率を推定しよう! ～



2026

9/6

15:05 ▶ 15:55

愛知教育大学

愛知教育大学附属高等学校

石川 雅章

五味 雅貴

実践の背景

附属高等学校授業研究会の設立(2024年度:研究者2年目)

動機:若手教員の悩みの存在

- 授業について議論できる環境の減少
- 若手が動ける範囲(ベテランの勧誘など)には限界がある



- 大学研究者, 現場教員, 学生がフラットに議論できる場
 - 一方的に話を聞くは禁止!!
- 月に1回ずつのペースでスタート
 - 附属高校は大学の敷地内にある
- 自由に参加可能
 - 学外の間人もウェルカム(現状参加者はいないけど...)



HPへ

関心があれば
ご連絡ください!



はじめに

● 研究の目的

「母比率の推定」を題材とした教材開発・授業実践を通して、生徒の統計的推論の一端を明らかにし、数学B「統計的な推測」に関する指導上の示唆を得る。

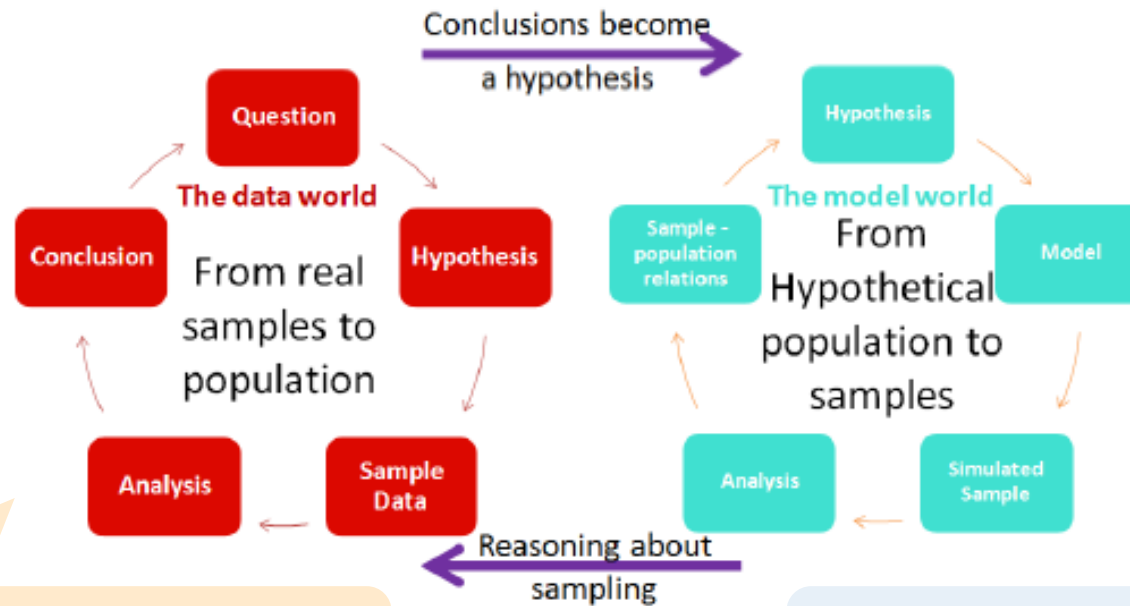
● 研究の方法

- | | | |
|-----------|--|-----------------------------|
| 1. はじめに | | 研究の背景／目的／方法 |
| 2. 理論的枠組み | | 統合的モデル化アプローチの理念と先行研究の整理 |
| 3. 教材開発 | | 細田(2024)の吟味／高校生向け教材へのリ・デザイン |
| 4. 授業実践 | | 開発した教材を用いた授業実践 |
| 5. 議論・まとめ | | 生徒の推論の様相の分析／指導上の示唆の導出 |

理論的枠組み

● 統合的モデル化アプローチ (IMA) (Braham & Ben-Zvi, 2017, p.120)

➡ 統計的探究と確率的探究を統合的に扱うことを志向したアプローチ



探索的データ分析アプローチ
(以下、EDAアプローチ)

確率に基づくアプローチ
(以下、確率的アプローチ)

「データの世界」と「モデルの世界」を往還しながら、仮説を形成 / 検証 / 洗練していく

理論的枠組み

● 統合的モデル化アプローチ (IMA) (Braham & Ben-Zvi, 2017, p.120)

→ 統計的探究と確率的探究を統合的に扱うことを志向したアプローチ

データの世界

EDAアプローチ

- 標本データの収集/整理/分析
- データの傾向・ばらつきに着目
- 母集団について暫定的な仮説形成
- 現象を記述的に把握



モデルの世界

確率的アプローチ

- 仮説上の母集団モデルの構築
- モデルから無作為標本を生成
- 結果のばらつき方に着目
- 仮説の妥当性の検証



形成した仮説の妥当性が確率的に判断されとは限らない。



IMAに基づく授業設計の難所は、EDAで仮説ができた後に、なぜわざわざ確率的アプローチに移るのかという必然性である。

→ 教師による適切な支援が不可欠 → 先行研究でこの接続条件を検討!!

理論的枠組み

【EDAアプローチと確率的アプローチの接続】

- Brousseau et al. (2001) : 競合する仮説が確率的検証を必要にした!

小学4年生「推測ゲーム」:

中身の分からない袋から、黒と白のピースを復元抽出し、袋の中の比率を推測する。

仮説A

黒:白=3:2

どちらが正しいのか?

データに基づく

客観的な検証が必要

仮説に対応するモデルをつくり、
シミュレーションで結果を比較

- 橋本 (2016) : 複数の仮説だけでは、確率的アプローチへ移行しなかった

複数の仮説が提案された

仮説A / 仮説B / ...

妥当性の評価が主観にとどまり、
客観的な検証方法の検討には至らなかった。



「競合する複数の仮説の提起」+「客観的な検証方法の検討」の両方が必要! (大谷, 2019a)

- Brousseau, G., Brousseau, N., & Warfield, V. (2001). An experiment on the teaching of statistics and probability. The Journal of Mathematical Behavior, 20(3), 363-411. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(02\)00078-0](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(02)00078-0)
- 橋本善貴 (2016). 数学的リテラシー育成からみた資料の活用領域のあり方に関する研究: 中学校1学年における統計と確率の関連づけに着目して. 全国数学教育学会誌数学教育学研究, 22(1), 9-21. https://doi.org/10.24529/jasme.22.1_9
- 大谷洋貴 (2019a). 探索的データ解析アプローチから確率に基づくアプローチへの移行に関する一考察. 日本科学教育学会年会論文集, 43, 129-132. https://doi.org/10.14935/jssep.43.0_129



教材開発

【細田(2024)の提案教材のリ・デザイン】



EDAアプローチから確率的アプローチへの移行をどう促すか??

細田(2024)

推測とその信頼度についての対話的活動

教師による論点整理

大谷(2019a)

強い条件

条件1：競合する複数の仮説の提起

条件2：客観的な検証方法の検討



「競合する複数の仮説の提起」は高校生にも必要か？

- 大谷(2019a)の条件1は、**確率を明示的に学習する前の児童生徒**に対応した条件設定の可能性はある。
- 確率的に判断するという**思考の選択肢を、学習者が持っていなかった**可能性はある。
- 高校生では、**条件1を外しても**、確率的アプローチに移行できるのでは？

大谷(2019a)の条件1「競合する複数の仮説の提起」を外した教材を設計!!

- ・ 細田幸希(2024). 中学校数学科におけるインフォーマルな統計的推論を促進するための教材の開発:統合的モデル化アプローチに焦点を当てて. 日本数学教育学会誌数学教育学論究, 122, 3-16.
- ・ 大谷洋貴(2019a). 探索的データ解析アプローチから確率に基づくアプローチへの移行に関する一考察. 日本科学教育学会年会論文集, 43, 129-132. https://doi.org/10.14935/jssep.43.0_129



国立大学法人
愛知教育大学
AICHI UNIVERSITY OF EDUCATION



教材開発

【細田(2024)の提案教材のリ・デザイン】

中学3年生 母比率の推定「好きなスポーツ観戦」

1. 学級のデータを分析
2. 結果の一般性の検討
3. 母比率20%と仮説設定
4. 必要な標本の大きさを検討
5. 母比率20%でシミュレーション
6. 標本分布の変化を比較

細田(2024)の教材を高校生向けに
リ・デザインする際に精査した3点

I.

母比率20%という**仮説の設定根拠が曖昧**

II.

確率的アプローチへつなぐ**発問が抽象的**

III.

標本の大きさを増やす動機が教師主導

教材開発

【甥っ子の訪問に備えて当たりくじの比率を推定しよう!】

1ヶ月後に甥っ子が遊びに来ることになり、くじをやらせてあげることになりました。ただし、ハズレばかりでは可哀想なので、くじの「当たりやすさ」を事前に確かめることにしました。そこで、10日間にわたって毎日5個ずつくじを引き、その結果を記録しました。この結果から、くじの当たり確率は何%であると考えられますか。

○日目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
当たり回数 (回)	2	1	0	0	3	1	0	0	3	0
当たり確率 (%)										

主発問



この10日間の結果から、
当たり確率は何%といえるか？

- 総当たり数10回 / 全試行50回 ⇒ **20%**
- 40%, 20%, 0%, ...の平均 ⇒ **20%**



当たりくじが**20%**含まれると、
本当にいえるのか？

データの世界からモデルの世界へと視点を
移し、シミュレーションによる**確率的な推測**
(**仮説の妥当性の検証**)を促す。



教材開発

【リ・デザインにおける3つの視点と工夫】

3つの視点

リ・デザイン

I.
20%の仮説設定の根拠が曖昧

標本から生徒自身が立てた20%を仮説として採用し、シミュレーションの設定値とすることで、EDAにおける推測と確率的検討を直接結びつける。

II.
確率的アプローチへつなぐ発問が抽象的

「当たりくじが20%含まれると本当にいえるのか？」と具体的に問い、仮説の不確実性を意識させることで、確率的に検証する必要性を生じさせる。

III.
標本の大きさを増やす動機が教師主導

「1か月後に甥っ子が遊びに来る」という時間的制約により、標本数を30日以下に限定し、生徒が自然に標本の大きさに着目する展開とした。

期待する生徒の姿

- 母比率の推定精度と標本の大きさの関係に自発的に気づく。
- シミュレーション結果をもとに、最初の仮説や検証方法を修正・洗練する。



授業実践

▶ 授業実践の概要

- 2025年11月
- 国立大学附属高等学校2年
- 23名
- 3人のグループ活動
- 数学B「統計的な推測」
- 「母比率の推定」の導入
- CODAPのSamplerを使用

▶ 授業の流れ(4つの局面)

① 仮説の形成

標本から当たり確率を推測し、母比率の**仮説**を立てる。



② シミュレーションの実施

同じ条件でも結果が**ばらつく**ことを捉える。



③ シミュレーション条件の変更

標本の大きさを段階的に大きくし、分布の変化を捉える。



④ 仮説の反省

実データに戻り、最初の仮説の**妥当性を再検討**する。



授業実践

① 仮説の形成 標本から当たり確率を推測し、母比率の**仮説**を立てる。



10日間の結果から、当たり確率は何%といえるか？それはなぜか？

○日目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
当たり回数 (回)	2	1	0	0	3	1	0	0	3	0
当たり確率 (%)										

(23名全員が) 20%!



各日の確率の平均が20%だから。



当たり確率は、20%だと言い切って良いか？それはなぜか？

グループでの話し合い後

よくない!



データが少ないから

たった5回しかしてないから

次の10日間は違うから



仮説は1つのまま、仮説に対する「不確かさ」が表出



授業実践

② シミュレーションの実施

同じ条件でも結果が**ばらつく**ことを捉える。



より確かな確率を調べるには、どのような方法が考えられるか？



試行回数を増やす!!



採用
1日に引く個数
を増やす!!

標本の大きさ



引く日数
を増やす!!

標本数

ただし、
甥っ子が来るのは1か月後。
30日以下という
時間的制約がある。

But!

現実には大量のくじを
引くのは難しい...



CODAPで
シミュレーション

母比率の設定値は「20%」 = 教師から与えた値ではなく、生徒自身が立てた仮説で!

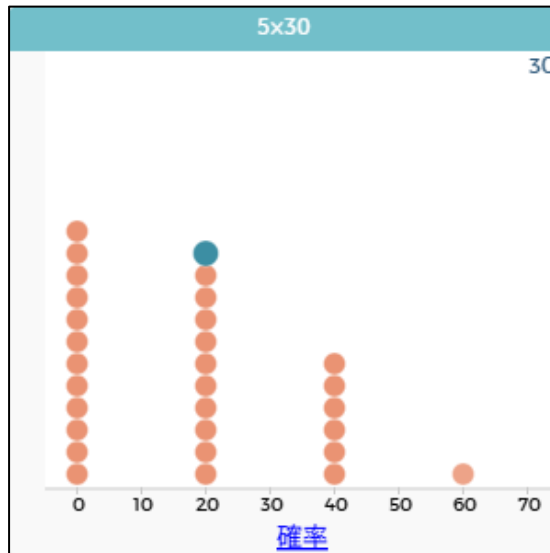


授業実践

② シミュレーションの実施

同じ条件でも結果が**ばらつく**ことを捉える。

▶ CODAPによる、5個×30日のシミュレーション結果の一例



当たり確率20%設定で、5個×30日のシミュレーションを行った結果のグラフをみて、分かったことをまとめよう。

30日分だけでも 80%と100%がいて、
20%の設定なのに、40%の結果が一番多い
列挙して考え 30日だとまだ偏りがある。

40%の結果が
1番多い

0%が一番多い

確率が上がるにつれて 当たる率も増えてくる

0%が1番多い

- ・80%以上はない
- ・40%が一番多い
- ・0%～40%まで 差があまりない
- ・平均 27%

平均27%

同じ条件であっても、標本ごとに結果が変動することが確認された



授業実践

③ シミュレーション条件の変更 標本の大きさを段階的に大きくし、分布の変化を捉える。



結果をもっと安定させるにはどうすればよいか？

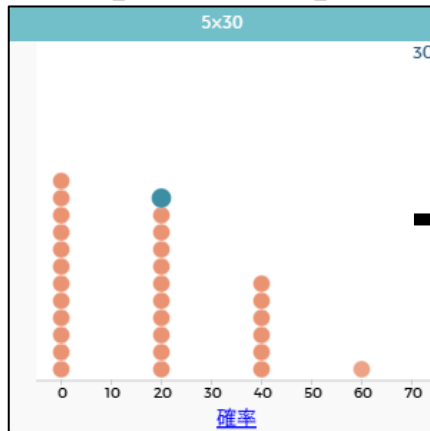
1日に引く回数をもっと増やす。



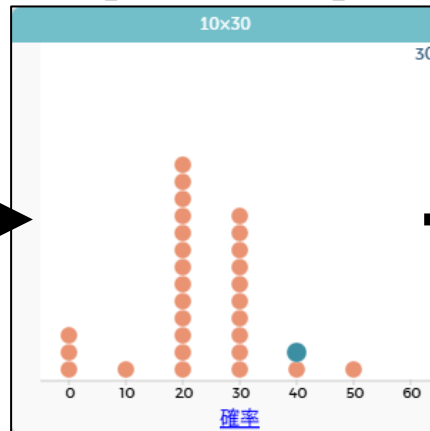
活動

1日あたりの試行回数を10個・20個・50個へと段階的に増やしてシミュレーションを行い、結果を記録した。

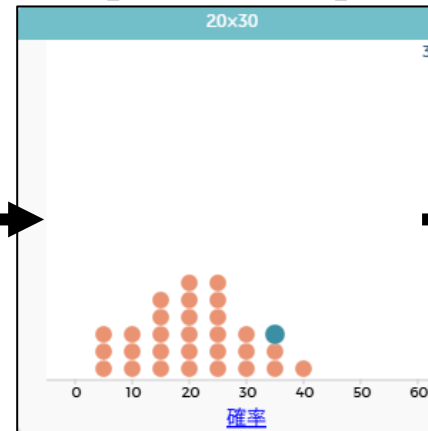
【5個×30日】



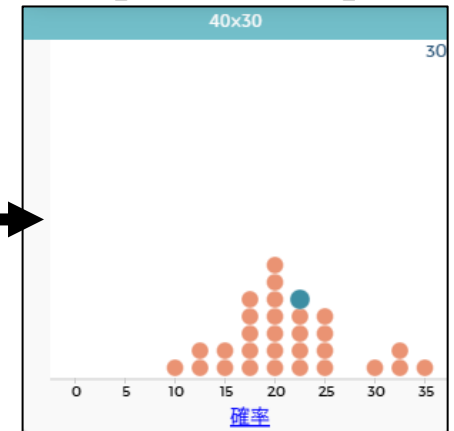
【10個×30日】



【20個×30日】



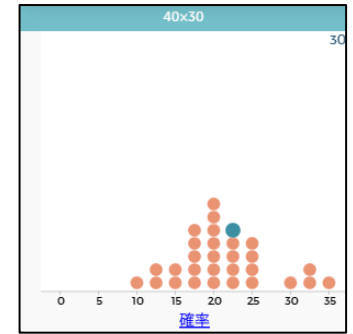
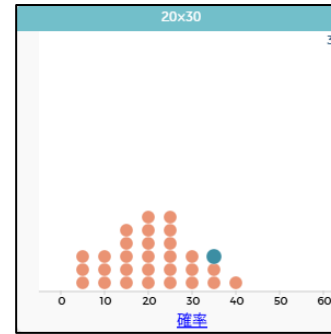
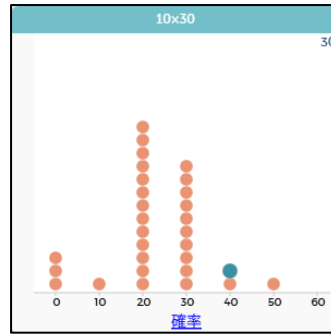
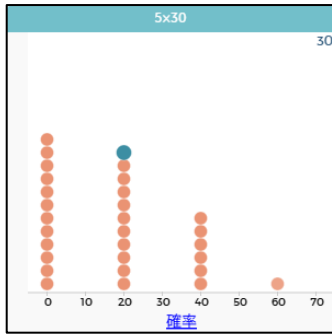
【50個×30日】



授業実践

③ シミュレーション条件の変更

標本の大きさを段階的に大きくし、分布の変化を捉える。



一度に引く回数を多くすると、どのようなことがいえるか？



設定した確率
20%に集まる！



データの幅が
狭くなる



外れ値がなくなる

- ・ 設定した確率に集まる
- ・ 値の範囲が狭くなる

- ・ ちらばりが小さくなる
- ↳ 回数を増やす

- ・ データの幅が狭くなる
- ・ 外れ値がなくなる
- ・ 図が高いつ山形になる

標本の大きさを増やすことで、着目点は個々の結果から、分布の散らばりへと移っていった



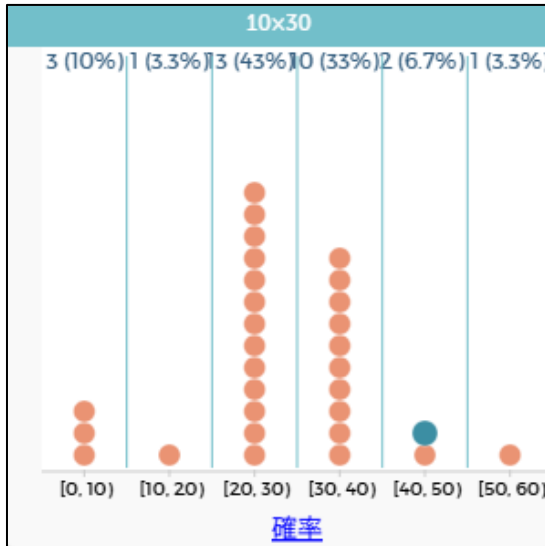
授業実践

④ 仮説の反省

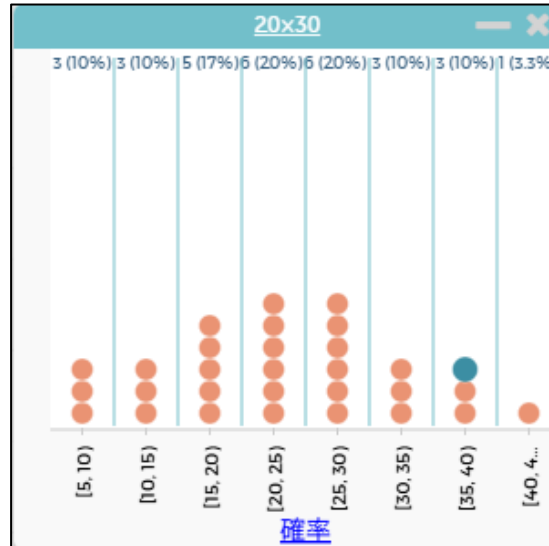
実データに戻り、最初の仮説の妥当性を再検討する。

シミュレーション結果を階級別に表示

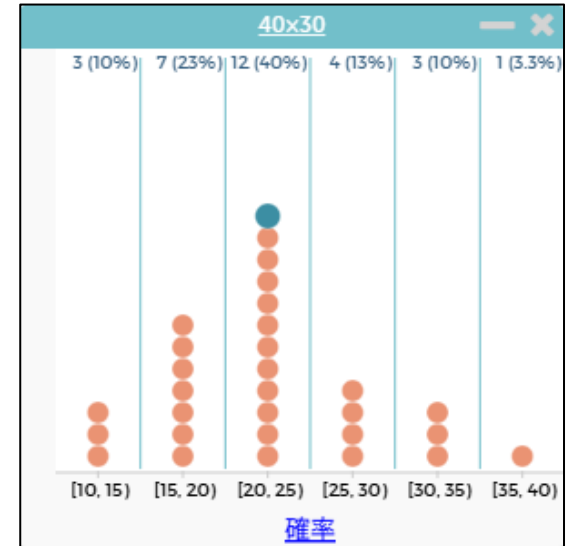
【10個×30日】



【20個×30日】



【50個×30日】



30日中の多くの結果が10%~40%の範囲に収まっている



40%を超える値はほとんどない

授業実践

④ 仮説の反省

実データに戻り、最初の仮説の妥当性を再検討する。



仮説(20%)は修正すべきですか？なぜ修正すべきだと思いますか？

誤った考え方をしている...



シミュレーション結果
が20%付近に集まっ
ているから正しい!!

元データに戻って...

○日目	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
当たり回数 (回)	2	1	0	0	3	1	0	0	3	0
当たり確率 (%)										



5回中3回当たりが複数回
あるが不自然か？



5回という少ない試行回数
であれば起こりうる！

20%刻みだから、60%
は不自然ではない！

授業の終盤にて



最初の仮説(20%)は修正すべきだと思いますか？

➡ 修正すべき決定的な根拠は見出されず、**仮説(20%)は妥当である**と判断された!!

仮説を修正して再度シミュレーションを行う段階には進まず、ここで活動を終えた。



議論

(I) IMAの観点からみた生徒の推論の変容

データの世界 | EDAアプローチ

標本データから仮説を形成

「5個×10日間」のデータ



当たり確率は20%ではないか？

標本データから仮説を形成

「5回中3回=60%」が複数回起きているのは不自然か？

⇒標本が小さいからありうる？

⇒「20%」という仮説の妥当性を検討

本当に20%と
言い切って良いか？



実データに戻る



本実践では
再シミュレーション
には進まなかった。

モデルの世界 | 確率的アプローチ

シミュレーションによる仮説の検討

- 母集団20%でシミュレーション
- 5個×30日
→同じ条件でも結果はばらつく
- 10個→20個→50個と標本の
大きさを拡大

個々の値 ⇒ 分布・変動性への着目



「標本の値のみに基づく仮説20%」⇒「分布や変動性を踏まえた仮説20%」に変容！



議論

(2) 競合する仮説が生じない状況における確率的アプローチへの移行

大谷 (2019a) の条件 I

仮説A VS 仮説B

↓
どちらが妥当か？

↓
確率的検証へ

本実践

仮説「20%」の1つのみ

↓
でも本当に20%と言い切れる？

↓
仮説の「不確かさ」を
確かめるために確率的検証へ

示唆：高校生では「競合する複数の仮説の提起」が無くても、**仮説の不確かさそのものが確率的探究を駆動しうる！**

※ 条件Iが不要であると主張するものではなく、IMAの必要条件ではない可能性を示す事例である。

おわりに

▶ 本研究の成果

教材のリ・デザインの実践

IMAの円滑な遂行を促す「母比率の推定」の教材を開発し、その可能性を事例的に示した。

仮説の確率的検証への移行

仮説の不確かさを問うことで、確率的検証への移行が促されることを事例的に示した。

大谷(2019a)の条件1への示唆

「競合する複数の仮説」は、高校生のIMAにおいて必ずしも必要条件ではない可能性を示唆した。

▶ 今後の課題

本実践から得られた示唆の一般化可能性について、追実践を蓄積し、検証する必要がある。

- ・ 細田幸希 (2024). 中学校数学科におけるインフォーマルな統計的推論を促進するための教材の開発: 統合的モデル化アプローチに焦点を当てて. 日本数学教育学会誌数学教育学論究, 122, 3-16.
- ・ 大谷洋貴 (2019a). 探索的データ解析アプローチから確率に基づくアプローチへの移行に関する一考察. 日本科学教育学会年会論文集, 43, 129-132. https://doi.org/10.14935/jssep.43.0_129

