

数学的帰納法の意味理解を 促す指導に関する再現研究

2025/08/08

@第107回全国算数・数学教育研究（石川）大会

愛知教育大学附属高等学校 五味 雅貴



国立大学法人
愛知教育大学附属高等学校

1. はじめに

- ① 再現研究の意義と教育研究の潮流
- ② 数学的帰納法指導の実状と課題

2. 先行研究レビューと本研究の焦点

- ① 数学的帰納法の困難性に関する先行研究
- ② これまでの五味の成果と限界
- ③ 本研究の目的と方法

3. 授業実践（2つの実践の対比的整理）

4. 調査・考察

- ① 調査問題
- ② 分析・評価
- ③ 結果・示唆

5. 結論



はじめに

2

3

4

5

① 再現研究の意義と教育研究の潮流

Open Science Collaboration (2015) : 「科学的知見の信頼性」に疑義
心理学研究のうち、再現できたのは約1/3から1/2 (再現性の危機)

➡ 再現性への関心の高まり / 教育研究・数学教育研究への波紋

国際的な潮流

JRME, 49(1), 2018 : 再現研究特集号 > 意義や課題に関する複数の論考の掲載

Star(2018) : オリジナルの研究結果の一般化可能性あるいは妥当性の検証 (山田による解釈) のために「概念的再現 (conceptual replication)」が重要

国内の提起

山田篤史氏による提言 : 第62回全国数学教育学会 全体講演より :

- ✓ 実践知の蓄積・汎用化には「再現研究」が不可欠
- ✓ 妥当性・一般性・有効性の検証が不可欠

➡ (学会員に対して、今後求められる論文の方向性の一つとして、) 先行研究の知見の妥当性・一般性を検証したり、その有効性や無効性の条件を探究したりする再現研究を挙げている。

本研究は、数学的帰納法に関する先行研究の知見を再現的に検討する。

Star, J.R. (2018). When and Why Replication Studies Should Be Published: Guidelines for Mathematics Education Journals. Journal for Research in Mathematics Education, 49 (1), 98-103.

山田篤史 (2025). 「背景的な研究テーマを前景化する : 科学的・実証的研究に不可欠な再現の問題と数学教育における再現研究」. 全国数学教育学会第62回研究発表会シンポジウム発表資料.



はじめに

2

3

4

5

② 数学的帰納法指導の実状と課題

数学的帰納法

無限に続く命題を有限の手続きで証明する手法 / 高等学校数学科 数学B 「数列」

数学的帰納法の一般的な記述

一般に、自然数 n を含む条件 (A) があるとき、
「すべての自然数 n について (A) が成り立つ」
を証明するには、次の (I), (II) を示せばよい。
(I) $n=1$ のとき (A) が成り立つ。
(II) $n=k$ のとき (A) が成り立つと仮定すると、
 $n=k+1$ のときも (A) が成り立つ。

伝統的・一般的な

数学的帰納法の指導および記述の過程

(I) 初期成立性 → (II) 伝導性

意味理解の困難性

国内外の研究で理論的・実証的にその実態が検討されてきた。

例えば . . .

- Ernest, P. (1984)
- 村上(1990)
- Stylianides *et al.*(2007)

しかし、学校現場では . . .
個別の教材研究の域を越えない

1

2

先行研究レビューと 本研究の焦点

3

4

5

① 数学的帰納法の困難性に関する先行研究

村上(1990)

「疑問や誤りが生じる原因」として、数学的帰納法の3つの困難点を指摘している。

- ① $P(1)$ の意味
- ② $n = k$ のときの意味と意義
- ③ $P(k) \rightarrow P(k+1)$ の証明の意味

真野(2016)の解釈に基づく①の再考

なぜ $n = 1$ の場合を、まず証明しなければならないのか？

⇒ 初期成立性の
必要性の理解不足

真野(2016)の解釈に基づく②の再考

文字 k が何を指しているか分からない

⇒ k の一般性の理解不足

真野(2016)の解釈に基づく③の再考

$P(k)$ が真か分からないのに、なぜ $P(k+1)$ が真と断言していいのか？

⇒ $P(k+1)$ の直接命題と誤認識

⇒ 含意命題の理解不足

1

2

先行研究レビューと 本研究の焦点

3

4

5

② これまでの五味の成果と限界

五味(2024)

困難性克服のための指導方略の有効性の
実証的研究

伝統的な指導

①初期成立性



②伝導性

提案する指導

②伝導性



①初期成立性

事後テストの結果. . .

① 初期成立性の必要性の理解不足

③ 含意命題の理解不足

には肯定的な効果あり。

② k の一般性の理解不足は差はない。

五味(2024) で残された課題

(ア) 指導の要点が不透明

授業における具体的な発問や生徒との数
学的対話の詳細が示されていない。

(イ) データの妥当性のチェックの必要性

イ-1. 被験者が48名に限られている。

イ-2. 生徒の記述に対する分析が粗い。

五味(2025)

○ 具体的な学習指導
案の作成

○ 授業実践における
プロトコルの報告

本研究

○ 概念的再現の実施

○ 再現研究を通して
効果の妥当性およ
び汎用性を再検証

五味雅貴(2024).「数学的帰納法の意味理解を促す指導に関する実証的研究：生徒の思考プロセスに着目した指導方略の提案」.『愛知教育大学附属高等学校研究紀要』, 第51号, 47-56.

五味雅貴(2025).「数学的帰納法の意味理解を促す指導に関する実証的研究(Ⅱ)：学習指導案の具体化と授業実践の報告」.『愛知教育大学附属高等学校研究紀要』, 第52号, 82-91.

1

2

先行研究レビューと 本研究の焦点

3

4

5

③ 本研究の目的と方法

五味(2024) で残された課題

(ア) 指導の要点が不透明

授業における具体的な発問や生徒との数学的対話の詳細が示されていない。

(イ) データの妥当性のチェックの必要性

イ-1. 被験者が48名に限られている。

イ-2. 生徒の記述に対する分析が粗い。

方法

目的

本研究

- 概念的再現の実施
- 再現研究を通して効果の妥当性および汎用性を再検証

本研究の目的

先行研究（五味, 2024, 2025）で提案された、数学的帰納法の意味理解を促す指導方略の効果の再現性・妥当性・一般性を異なる対象での実践を通じて再検証する。

本研究の方法

- ✓ 理論は同じ、対象は変更
- ✓ 先行研究の授業を再現
- ✓ 先行研究の調査を再現
- ✓ 得られた結果を比較・分析し、効果を再検討

1

2

3

授業実践

(2つの実践の対比的整理)

4

5

(i) オリジナル実践
(2024実践)

(ii) 再現実践
(2025実践)

2023年9月

実施時期

2024年11月

国立大学附属高校 2年
文系48名 (A組・B組)

対象

国立大学附属高校 2年
文系54名 (C組・D組)

A組：提案する指導 (実験群)
B組：伝統的な指導 (統制群)

指導方略

C組：提案する指導 (実験群)
D組：伝統的な指導 (統制群)

A組：本稿著者X (歴5年)
B組：非常勤講師Y (院生)

授業者

C組：本稿著者X (歴6年)
D組：同僚教員Z (歴19年)

14～16時限目に授業
17時限目に調査

スケジュール

15～16時限目に授業
17時限目に調査

五味雅貴(2024).「数学的帰納法の意味理解を促す指導に関する実証的研究：生徒の思考プロセスに着目した指導方略の提案」.『愛知教育大学附属高等学校研究紀要』, 第51号, 47-56.

五味雅貴(2025).「数学的帰納法の意味理解を促す指導に関する実証的研究 (Ⅱ)：学習指導案の具体化と授業実践の報告」.『愛知教育大学附属高等学校研究紀要』, 第52号, 82-91.

1

2

3

授業実践

(2つの実践の対比的整理)

4

5

学習指導案 1 時限目 (五味, 2025)

導入 3分

「すべての自然数について成り立つ命題を証明する方法を学ぶ」という本時の目標を理解する。

展開① 10分 原理の追究

ある人が手を挙げたら、次の出席番号の人は必ず手を挙げる。あとどんな条件があれば、このクラス全員が手を挙げることになるか？

展開② 7分 公式の理解

- (i) $n = 1$ のとき命題が成り立つ。
- (ii) $n = k$ のとき命題が成り立つと仮定すると、
 $n = k + 1$ のときも命題が成り立つ。

展開③ 27分 等式の証明 + (練習問題)

数学的帰納法を用いて、次の等式を証明せよ。

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{1}{2}n(n+1)$$

まとめ 3分

数学的帰納法の意味確認 / 等式の証明の方法の確認

学習指導案 2 時限目 (五味, 2025)

導入 4分

数学的帰納法の原理と有用性を復習する。前時の内容を踏まえ、本時の学びを予想する。

展開① 18分 不等式の証明 + (練習問題)

n を 4 以上の自然数とすると、次の不等式を証明せよ。

$$2^n > 3n$$

展開② 18分 命題の証明 + (練習問題)

n は自然数とする。 $n^2 + 2n$ は 3 の倍数であることを、数学的帰納法を用いて証明せよ。

まとめ 10分

不等式の証明の方法の確認
命題の証明の方法の確認

① 調査問題

Stylianides et al(2007)

命題：

すべての自然数 n に対して、次が成り立つ。

$$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2+3 \cdots (*)$$

証明：

$n=k$ のとき $(*)$ が成り立つと仮定すると、

$$1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2+3$$

すると、次のように、 $n=k+1$ のとき、 $(*)$ が成り立つ。

$$\begin{aligned} &1+3+5+\cdots+(2k-1)+(2k+1) \\ &= (k^2+3) + (2k+1) = k^2+2k+1+3 = (k+1)^2+3 \end{aligned}$$

よって、すべての自然数 n に対して $(*)$ が成り立つ。

真野(2016)

A 君：この証明は正しくないよ。 $n=1$ のときに等式 $(*)$ が成り立つことを示していないから。

B さん：どうして $n=1$ のときを示す必要があるの？

C 君：この証明は、“ $n=k$ のとき等式 $(*)$ が成り立つならば $n=k+1$ のとき等式 $(*)$ が成り立つ”を示しているね。この部分の証明は正しいと思う。

D さん：数学的帰納法による証明をするときにいつも思うのだけど、真であることを証明しようとしているのに、真であると仮定したのでは、証明が成立しないではないの？

趣旨

preservice teachersが「数学的帰納法」をどれくらい本質的に理解しているかを調べるのが目的で作られた問題。

問題の特徴

- ✓ 偽の命題
- ✓ 伝導性は正確だが、初期成立性はない

趣旨

困難性分析のために、Stylianides et al (2007) による問題に対話を追加した形で作られた問題。

問題の特徴

- ✓ A・C：正誤判断とその理由を記述する問題
- ✓ B・D：考えを記述する問題

① 調査問題

本研究でもこの問題を採用

Stylianides et al(2007)

命題：

すべての自然数 n に対して、次が成り立つ。

$$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2+3 \cdots (*)$$

証明：

 $n=k$ のとき $(*)$ が成り立つと仮定すると、

$$1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2+3$$

すると、次のように、 $n=k+1$ のとき、 $(*)$ が成り立つ。

$$\begin{aligned} &1+3+5+\cdots+(2k-1)+(2k+1) \\ &= (k^2+3) + (2k+1) = k^2+2k+1+3 = (k+1)^2+3 \end{aligned}$$

よって、すべての自然数 n に対して $(*)$ が成り立つ。

真野(2016)

A 君：この証明は正しくないよ。 $n=1$ のときに等式 $(*)$ が成り立つことを示していないから。B さん：どうして $n=1$ のときを示す必要があるの？C 君：この証明は、“ $n=k$ のとき等式 $(*)$ が成り立つならば $n=k+1$ のとき等式 $(*)$ が成り立つ”を示しているね。この部分の証明は正しいと思う。

D さん：数学的帰納法による証明をするときにいつも思うのだけど、真であることを証明しようとしているのに、真であると仮定したのでは、証明が成立しないではないの？

理由1：数学的帰納法の困難性①②③がどれくらい克服できているかを、一括で評価できる問題群であるから

理由2：「意味理解」を捉える問題としての適正性に優れているから



計算の技巧ではなく、本質的に意味理解しているかを直接的に分かる

1

2

3

4

調査・考察

5

② 分析・評価

理由1：数学的帰納法の困難性①②③がどれくらい克服できているかを、一括で評価できる問題群であるから

命題：

すべての自然数 n に対して、次が成り立つ。

$$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2+3\cdots(*)$$

証明：

$n=k$ のとき $(*)$ が成り立つと仮定すると、

$$1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2+3$$

すると、次のように、 $n=k+1$ のとき、 $(*)$ が成り立つ。

$$1+3+5+\cdots+(2k-1)+(2k+1)$$

$$=(k^2+3)+(2k+1)=k^2+2k+1+3=(k+1)^2+3$$

よって、すべての自然数 n に対して $(*)$ が成り立つ。

A 君：この証明は正しくないよ。 $n=1$ のときに等式 $(*)$ が成り立つことを示していないから。

B さん：どうして $n=1$ のときを示す必要があるの？

C 君：この証明は、“ $n=k$ のとき等式 $(*)$ が成り立つならば $n=k+1$ のとき等式 $(*)$ が成り立つ”を示しているね。この部分の証明は正しいと思う。

D さん：数学的帰納法による証明をするときにいつも思うのだけど、真であることを証明しようとしているのに、真であると仮定したのでは、証明が成立しないではないの？

問題1 A君の発言は正しいか答えよ。また、そう考える理由を記述せよ。

問題2 Bさんの発言に関して、あなたの考えを記述せよ。

問題3 C君の発言は正しいか答えよ。また、そう考える理由を記述せよ。

問題4 Dさんの発言に関して、あなたの考えを記述せよ。

困難性①

初期成立性の
必要性の
理解不足

問題1・2

困難性②

k の一般性の
理解不足

問題3

困難性③

含意命題の
理解不足

問題4

② 分析・評価

命題：

すべての自然数 n に対して、次が成り立つ。

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2 + 3 \dots (*)$$

証明：

$n = k$ のとき (*) が成り立つと仮定すると、

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) = k^2 + 3$$

すると、次のように、 $n = k + 1$ のとき、(*) が成り立つ。

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1)$$

$$= (k^2 + 3) + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1 + 3 = (k + 1)^2 + 3$$

よって、すべての自然数 n に対して (*) が成り立つ。

A 君：この証明は正しくないよ。 $n = 1$ のときに等式 (*) が成り立つことを示していないから。

B さん：どうして $n = 1$ のときを示す必要があるの？

C 君：この証明は、“ $n = k$ のとき等式 (*) が成り立つならば $n = k + 1$ のとき等式 (*) が成り立つ”を示しているね。この部分の証明は正しいと思う。

D さん：数学的帰納法による証明をするときにいつも思うのだけど、真であることを証明しようとしているのに、真であると仮定したのでは、証明が成立しないではないの？

○ 評価基準

問題1

A君の発言は正しいか答えよ。
また、そう考える理由を記述せよ。

正答率

問題2

Bさんの発言に関して、あなたの考えを記述せよ。

A B C の3段階

評価 A 基準	$n = 1$ が帰納的にすべての項で成り立つことを示すための出発点としての認識がある。
評価 B	$n = 1$ を示すことが他の項の成否に影響を及ぼすという認識がある。
評価 C	$n = 1$ が、他の項とは独立している項である等の誤った解釈全般。

困難性①

初期成立性の
必要性の
理解不足

問題1・2の解答例(五味, 2024)

評価 A	$n = 1$ がないと、等式(*) のどこかで成り立っている ということしか証明されて いないから。「どこか」で はなく、「ここから」成り 立っているというのを証明 するために $n = 1$ が必要。
評価 B	$n = 1$ のときに等式が成り 立てば、 $n = k$ が成り立つ とき、 $n = k + 1$ の等式が 成り立つことがいえる
評価 C	(i) は、数学的帰納法の1 つだから。証明しないとい けないから。

○ 評価基準

問題1

A君の発言は正しいか答えよ。
また、そう考える理由を記述せよ。

正答率

問題2

Bさんの発言に関して、あなたの考えを記述せよ。

A B C の3段階

評価 A 基準	$n = 1$ が帰納的にすべての項で成り 立つことを示すための出発点として の認識がある。
評価 B	$n = 1$ を示すことが他の項の成否に 影響を及ぼすという認識がある。
評価 C	$n = 1$ が、他の項とは独立している 項である等の誤った解釈全般。

困難性①

初期成立性
の必要性の
理解不足

1

2

3

4

調査・考察

5

② 分析・評価

命題：

すべての自然数 n に対して、次が成り立つ。

$$1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2+3 \cdots (*)$$

証明：

 $n=k$ のとき (*) が成り立つと仮定すると、

$$1+3+5+\cdots+(2k-1)=k^2+3$$

すると、次のように、 $n=k+1$ のとき、(*) が成り立つ。

$$1+3+5+\cdots+(2k-1)+(2k+1)$$

$$=(k^2+3)+(2k+1)=k^2+2k+1+3=(k+1)^2+3$$

よって、すべての自然数 n に対して (*) が成り立つ。

A 君：この証明は正しくないよ。 $n=1$ のときに等式 (*) が成り立つことを示していないから。

B さん：どうして $n=1$ のときを示す必要があるの？

C 君：この証明は、“ $n=k$ のとき等式 (*) が成り立つならば $n=k+1$ のとき等式 (*) が成り立つ”を示しているね。この部分の証明は正しいと思う。

D さん：数学的帰納法による証明をするときにいつも思うのだけど、真であることを証明しようとしているのに、真であると仮定したのでは、証明が成立しないではないの？

○ 評価基準

問題3

C君の発言は正しいか答えよ。

また、そう考える理由を記述せよ。

困難性②

k の一般性
の理解不足

正答率 / A B C の3段階

評価 A	正しい証明であると判断していることに加えて、 k の一般性の理解が明確に示されている。
評価 B 基準	そもそも提示された記述は正しいので、「証明に誤りがないから」という解答を平均的な解答とみなした。
評価 C	$n=k$ のときに真に真であると思い込んでいるような、誤った解釈全般。

Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Philippou, G. N. (2007). Preservice teachers' knowledge of proof by mathematical induction, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 145-166.

真野祐輔 (2016). 「証明読解の水準からみた数学的帰納法に関する困難性の特徴づけ：大学生19名を対象とした質問紙調査を通して」. 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第22巻, 第2号, 123-132.

問題3の解答例(五味, 2024)

評価 A	$(k+1)^2+3$ までは正しいが、 「すべての自然数 n に対して(*) が成り立つかどうかは、「①集 合の最初の数は成り立つ」「② 1つ成り立つ数があれば、次の 数は成り立つ」の2つがそろわ ないと言えない。
評価 B	$n = k$ として k が真ならば k の 次の $k+1$ も真であることを示し ていて、これは数学的帰納法に のっとってやってるから正しい。
評価 C	$n = k+1$ をいきなり証明するよ り、 $n = k$ から証明した方が、 数学が苦手な私からすると途中 が省かれてなく、分かりやすい から。

○ 評価基準

問題3

〔君の発言は正しいか答えよ。
また、そう考える理由を記述せよ。〕

正答率 / A B C の3段階

困難性②

k の一般性
の理解不足

評価 A	正しい証明であると判断しているこ とに加えて、 k の一般性の理解が明 確に示されている。
評価 B 基準	そもそも提示された記述は正しいの で、「証明に誤りがないから」とい う解答を平均的な解答とみなした。
評価 C	$n = k$ のときに真に真であると思い 込んでいるような、誤った解釈全般。

Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Philippou, G. N. (2007). Preservice teachers' knowledge of proof by mathematical induction, *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10, 145-166.

真野祐輔 (2016). 「証明読解の水準からみた数学的帰納法に関する困難性の特徴づけ：大学生19名を対象とした質問紙調査を通して」. 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 第22巻, 第2号, 123-132.

1

2

3

4

調査・考察

5

② 分析・評価

命題：

すべての自然数 n に対して、次が成り立つ。

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 1) = n^2 + 3 \dots (*)$$

証明：

 $n = k$ のとき (*) が成り立つと仮定すると、

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) = k^2 + 3$$

すると、次のように、 $n = k + 1$ のとき、(*) が成り立つ。

$$1 + 3 + 5 + \dots + (2k - 1) + (2k + 1)$$

$$= (k^2 + 3) + (2k + 1) = k^2 + 2k + 1 + 3 = (k + 1)^2 + 3$$

よって、すべての自然数 n に対して (*) が成り立つ。

A 君：この証明は正しくないよ。 $n = 1$ のときに等式 (*) が成り立つことを示していないから。

B さん：どうして $n = 1$ のときを示す必要があるの？

C 君：この証明は、“ $n = k$ のとき等式 (*) が成り立つならば $n = k + 1$ のとき等式 (*) が成り立つ”を示しているね。この部分の証明は正しいと思う。

D さん：数学的帰納法による証明をするときにいつも思うのだけど、真であることを証明しようとしているのに、真であると仮定したのでは、証明が成立しないではないの？

○ 評価基準

問題4

Dさんの発言に関して、
あなたの考えを記述せよ。

A B C の3段階

評価 A 基準	「 $n = k$ はどうしてもよく、重要なのは $n = k + 1$ の部分だ」のように伝導性のロジックが理解できている。
評価 B	$P(k + 1)$ の直接証明であると誤認識している。
評価 C	$P(k + 1)$ の直接証明であると誤認識している以前の不正解全般。

困難性③

含意命題の
理解不足

問題4の解答例(五味, 2024)

評価A	数学的帰納法は、1つ前が真ならば、その後も真であることを中心に証明していくものだから、1つどこかで真を仮定しないと確かめることができない。
評価B	真にしたいから、真と仮定するのは普通だと思う。
評価C	真であるということにしないと進まないから。逆に真でないということにすると証明しにくいと思う。

○ 評価基準

問題4

Dさんの発言に関して、
あなたの考えを記述せよ。

A B C の3段階

評価A 基準	「 $n = k$ 」はどうしてもよく、重要なのは $n = k + 1$ の部分だ」のように伝導性のロジックが理解できている。
評価B	$P(k + 1)$ の直接証明であると誤認識している。
評価C	$P(k + 1)$ の直接証明であると誤認識している以前の不正解全般。

困難性③

含意命題の
理解不足

③ 結果・示唆

表1

「初期成立性の必要性の理解不足」に関わる問題の正答率とABC評価

問題1・2			正	誤	A	B	C
初期成立性の 必要性の 理解不足	提案 指導	オリジナル A組	19	2	7	4	10
		再現研究 C組	25	2	6	7	14
	伝統的 指導	オリジナル B組	25	2	1	6	20
		再現研究 D組	25	2	1	4	22

③ 結果・示唆

表2

「 k の一般性の理解不足」に関わる問題の正答率とABC評価

問題3			正	誤	A	B	C
kの 一般性の 理解不足	提案 指導	オリジナル A組	19	2	1	4	16
		再現研究 C組	20	7	3	10	14
	伝統的 指導	オリジナル B組	16	11	0	8	19
		再現研究 D組	15	12	2	6	19

1

2

3

4

調査・考察

5

③ 結果・示唆

表3

「含意命題の理解不足」に関する問題の正答率とABC評価

問題 4			A	B	C
含意命題の 理解不足	提案 指導	オリジナル A組	4	8	9
		再現研究 C組	9	2	16
	伝統的 指導	オリジナル B組	1	8	18
		再現研究 D組	6	4	17

(ア) オリジナル研究で示唆された3つの知見(五味, 2024)

知見①



初期成立性の必要性の理解促進

問題1・2			正	誤	A	B	C
初期成立性の 必要性の 理解不足	提案 指導	オリジナル A組	19	2	7	4	10
		再現研究 C組	25	2	6	7	14
	伝統的 指導	オリジナル B組	25	2	1	6	20
		再現研究 D組	25	2	1	4	22

知見②



文字の一般性の理解には限定的な効果

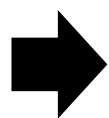
問題 3			正	誤	A	B	C
k の 一般性の 理解不足	提案 指導	オリジナル A組	19	2	1	4	16
		再現研究 C組	20	7	3	10	14
	伝統的 指導	オリジナル B組	16	11	0	8	19
		再現研究 D組	15	12	2	6	19

知見③



伝導性・含意命題の理解促進

問題 4			A	B	C
含意命題の 理解不足	提案 指導	オリジナル A組	4	8	9
		再現研究 C組	9	2	16
	伝統的 指導	オリジナル B組	1	8	18
		再現研究 D組	6	4	17



これらの効果の妥当性の検討を、
再現研究の結果をもとに行っていく。

(イ) 再現研究による再検証

オリジナル研究での知見①

初期成立性の必要性の理解促進

結論①

初期成立性の理解促進は
再現された。

問題 1・2			正	誤	A	B	C
初期成立性の 必要性の 理解不足	提案 指導	オリジナル A組	19	2	7	4	10
		再現研究 C組	25	2	6	7	14
	伝統的 指導	オリジナル B組	25	2	1	6	20
		再現研究 D組	25	2	1	4	22

A評価 D組 1名(3.7%) → C組 6名(22.2%)

B評価以上 D組 5名(18.6%) → C組 13名(48.1%)

示唆1：「階差数列」や「和と一般項」の問題と同じような記述構造であり、その重なりが理解促進に寄与したか。

示唆2：C組でB評価が多いのも示唆的。「出発点」という表現こそ出なかったが、本質的理解に至っている割合も実は多かったか。

1

2

3

4

調査・考察

5

(イ) 再現研究による再検証

オリジナル研究での知見②

文字の一般性の理解には限定的な効果

結論②

文字の一般性の理解は再現研究では肯定的な傾向が見られたが、指導効果の妥当性は認めがたい。

問題 3			正	誤	A	B	C
k の 一般性の 理解不足	提案 指導	オリジナル A組	19	2	1	4	16
		再現研究 C組	20	7	3	10	14
	伝統的 指導	オリジナル B組	16	11	0	8	19
		再現研究 D組	15	12	2	6	19

B評価以上 D組 8名(29.6%) → C組 13名(48.1%)

BUT. . . B組 8名(29.6%) → A組 5名(23.8%)

示唆：2調査で逆転している。本指導方略の効果とは認められない。

(推測の域を出ないが. . .)

誤った代数学習の蓄積や、もともとの数学観といった根本的な認識論に起因するか。

今回のような微細な指導方略の違い程度では無力か. . .。

1

2

3

4

調査・考察

5

(イ) 再現研究による再検証

オリジナル研究での知見③

伝導性・含意命題の理解促進

結論③

伝導性・含意命題の理解は限定的であるが再現された。

問題 4			A	B	C
含意命題の 理解不足	提案 指導	オリジナル A組	4	8	9
		再現研究 C組	9	2	16
	伝統的 指導	オリジナル B組	1	8	18
		再現研究 D組	6	4	17

A評価 D組 6名(22.2%) → C組 9名(33.3%)

C評価 D組 17名(63.0%) → C組 16名(59.2%)

示唆：C組の方が効果にばらつきがある（効果は限定的か？）。

指導方略はいいが、その導入の工夫や教材が適切でない可能性がある。

帰納法を教授主義的に扱いつつ、指導だけ構成主義に寄せるのは一貫性を欠いたか。
再帰的な考え方が生徒の思考プロセス上に自然発生されるような教材開発が必要か。

1

2

3

4

5

結論

研究の総括

再現研究としての位置づけ：

→ 五味(2024)の指導方略(伝導性→初期成立性)の効果を再検証する研究

知見の再現状況：

- ① 初期成立性の必要性の理解 → 効果あり。
- ② 文字の一般性の理解 → 効果は認められない。
- ③ 伝導性・含意命題の理解 → 限定的ではあるが効果あり。

総合的な評価：一定の有効性はあるが、効果の届き方に偏りがあり、改善の余地あり。

今後の課題

I. 教材開発と提示の工夫：

直感的に伝導性（再帰性）が体感できたり、自然にその思考が生起されるような教材（”ハノイの塔”や”敷き詰め”のような）の開発が必要となる。

II. 一般化の一貫した指導：

- 文字の一般性の理解不足には、帰納法指導内での対応は不十分である。
- 代数指導の文脈で、継続的かつ体系的なアプローチが求められる。

III. 理解プロセスの理論的モデル化：

高校生の数学的帰納法の理解モデルを構築することは重要であろう。

参考文献

- 五味雅貴(2024).「数学的帰納法の意味理解を促す指導に関する実証的研究：生徒の思考プロセスに着目した指導方略の提案」.『愛知教育大学附属高等学校研究紀要』,第51号,47-56.
- 五味雅貴(2025).「数学的帰納法の意味理解を促す指導に関する実証的研究（Ⅱ）：学習指導案の具体化と授業実践の報告」.『愛知教育大学附属高等学校研究紀要』,第52号,82-91.
- 真野祐輔 (2016).「証明読解の水準からみた数学的帰納法に関する困難性の特徴づけ：大学生19名を対象とした質問紙調査を通して」.全国数学教育学会誌『数学教育学研究』,第22巻,第2号,123-132.
- 戸瀬信之ほか(2022).『高等学校数学B』.数研出版.
- 村上一三 (1990).「数学的帰納法の理解の困難点について：証明の仕組みを視点として」.日本数学教育学会誌『数学教育』,第72巻,第11号,38-46.
- 山口格 (1987).「数学的帰納法について：数学教育の立場からの考察」.北海道大学大学院教育学研究院教育方法学研究室『教授学の探究』,第5号,105-116.
- 山田篤史 (2025).「背景的な研究テーマを前景化する：科学的・実証的研究に不可欠な再現の問題と数学教育における再現研究」.全国数学教育学会第62回研究発表会シンポジウム発表資料.
- Ernest, P. (1984). Mathematical induction: a pedagogical discussion, Educational Studies in Mathematics, vol.15. 173-189.
- Open Science Collaboration. (2015). Estimating the reproducibility of psychological science. Science, 349(6251), 943–aac4716-8.
- Star,J.R.(2018). When and Why Replication Studies Should Be Published: Guidelines for Mathematics Education Journals. Journal for Research in Mathematics Education,49 (1), 98-103.
- Stylianides, G. J., Stylianides, A. J., & Philippou, G. N. (2007). Preservice teachers' knowledge of proof by mathematical induction, Journal of Mathematics Teacher Education, 10, 145-166.